

多点接触型剛体衝突モデルに基づくリンク系の外力計算法

東京大学 ○杉原 知道 中村 仁彦

Computation of Contact Force for Multibody System based on Multipoint Rigid Contact Model

University of Tokyo ○Tomomichi Sugihara, Yoshihiko Nakamura

Abstract— This paper proposes a computational method of collision and contact force between the robot and the environment in forward dynamics calculation based on the rigid contact model, which directly calculates the uncontinuous change of velocity so that it is numerically stable. The collision and contact force must satisfy unequational constraints which are concerned with statical friction, kinetic friction and so force. The proposed deals with such the constraints rather easily by a representation of contact state as ones between the points on the robots and the polygons which the environment model consists of.

Key Words: multibody forward dynamics, collision and contact force, simulation

1. はじめに

マニピュレータのならい制御や脚型ロボットの歩行運動等、環境との衝突・接触といった相互作用があって初めて成り立つようなロボットの運動は、ロボット自身のダイナミクスと環境の有するダイナミクスの双方に大きな影響を受ける。実ロボットにおいて有意な結果をシミュレーションを通して得るためには、環境をいかにモデル化するかが重要な鍵となると言える。

これまでに提案されている、順動力学演算における環境のモデル化手法は、次の二種に大別できる。

(1) ミクロ衝突モデル

物体の弾性係数等から、接触によって生じるミクロなレベルでの物体の変形をモデル化する方法。衝突している二物体の局所的な相対運動のみから両者の間に働く力を計算できるため実装が容易であり、またラバー等の大きな弾性を持った物体のモデル化も可能である。更に、計算量のオーダがリンク数に比例するような効率の良い計算法 [1] [2] [3] にも適用できるという長所を持つ。しかしこの方法は数値積分が発散しやすく、ロボットのシミュレーションとしては必要以上に細かい時間刻み幅をとることが要求され、結果的に計算時間は長くなる。Poisson の衝突モデルに基づくもの [4]、線形ばねモデルを利用したもの [5] [6] [7] [8]、非線形ばねモデルを利用したもの [9] [10] [11] 等がある。陰積分法を応用して積分が発散しにくくなるように工夫した研究 [8] もある。

(2) マクロ衝突モデル

環境を一定の反発係数を持った剛体とし、マクロな現象として衝突をモデル化する手法 [12] [13] [14] [15] [16] [17]。具体的には物体の反発係数に基づいて衝突後の物体の運動を求め、衝突前後での運動量変化から系に

加えられた力積を逆算する。基本的に剛体モデルであるために、弾性の大きな物体を扱うことはできないが、ミクロ衝突モデルが加速度レベルで外力の影響を考慮しなければならないのに対し、このモデルでは速度の不連続な変化を直接扱うため、数値的に安定である。

本稿では、数値的な安定性を重視し、後者のマクロ衝突モデルを採用する。これは、環境との相互作用をより積極的に利用するような制御器の設計が求められる場合に大きな長所となる。

外力計算においては、垂直抗力の非負条件や摩擦に関するものを含んだ不等式拘束条件を満たさなければならない。梅谷・吉田 [13] は、二つの剛体が衝突したとき、摩擦力を含まない法線方向に働く力のみを計算する方法を提案している。藤本ら [16] は Löstedt [12] の手法を応用し、二次計画法を用いてこれらの拘束条件を陽に考慮する方法を提案しているが、静止摩擦係数と動摩擦係数を区別することはできない。Baraff [15] は静止摩擦係数と動摩擦係数を区別できる剛体の衝突力計算法を示しているが、リンク系ではなく単一の剛体の運動を扱ったものである。また中村・小谷内・安達 [14] は、各接触点が理想的に拘束されているとして外力を求めたのち、計算された外力が力学的に矛盾のないものとなるように繰り返し演算法によって拘束条件を修正していくを提案しているが、各リンクが一点のみで環境と接触するしている状況を仮定している。中村・山根 [17] の方法ではリンクと環境との点接触・面接触・線接触を扱っているが、力とモーメントに関して各々の接触状態ごとに異なる条件を考えなくてはならず、また接触状態の妥当性判別のために複雑な幾何演算を行うことも要求されるなど、計算手順が繁雑なものとなっている。

本研究では、中村ら [14], 中村・山根 [17] と同様に、拘束条件の妥当性判別と接触状態の修正を繰り返し、力学的に矛盾のない外力を求める方法をとるが、その際、線接触・面接触を含む任意の接触状態を、接触線分・接触面を構成する頂点群の点接触の集合として扱う。このような表現を用いることで、拘束条件の妥当性判別と接触状態の修正が比較的単純な手順によって行えるようになる。

2. 環境と相互作用するリンク系の表現

2.1 接触状態の扱いと接触点

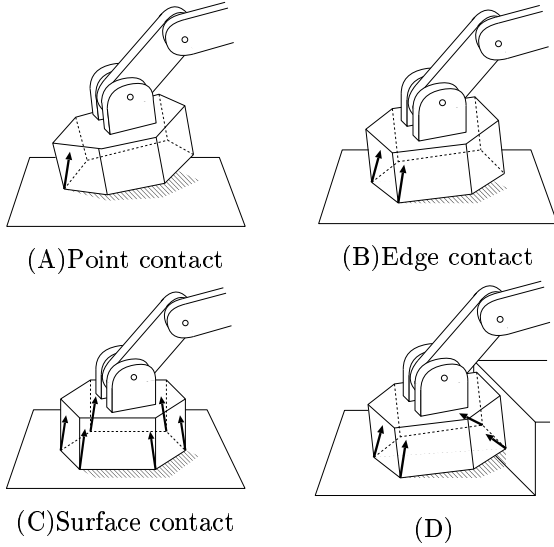


Fig.1 A variety of contact states

文献 [17] では、リンク系をなす剛体と環境との接触状態を点接触、線接触、面接触（それぞれ Fig.1 の (A)(B)(C) に示す）の三種類に分類し、まずは幾何的な接触状態から上記の分類にあてはめ、各々の場合にに応じて接触点まわりに新たに座標系を設定した後に満足すべき条件をチェックしていく方法をとっている。例えば面接触時には、任意の方向のモーメントを発生させることができるが、引っ張り力を発生できないために、面に平行なモーメント成分の中心は接触領域の内部になければならない。線接触時には、接触線分回りのモーメントは零になる。そして点接触時には任意の方向のモーメントが零になる。このような接触状態ごとに用意された項目をもとに、適用された接触状態の妥当性を判別し分類を修正していくため、手順が複雑なものとなる。また判別の際に凸包計算などの複雑な幾何計算を行うことも要求される。Fig.1 の (D) に示される一例のような、これら三種類のいずれにもあてはまらないために対応できない接触状態も存在する。

本稿で提案する方法では、線接触・面接触、更には明確に線接触・面接触のように分類できない接触状態も併せ、任意の接触状態を、接触線分・接触面を構成す

る頂点群での接触として置き換え、統一的に扱う。この方法では、各々の点について考慮すべき拘束条件は単純なものとなり、妥当性の判別及び接触状態の修正が容易である。

2.2 運動方程式

環境から外力を受ける一般的な開リンクの運動方程式は、次式のように表される [16]。

$$H\ddot{q} + b = u + Kf \quad (1)$$

ただし、 H は慣性行列、 q は一般化座標、 b はコリオリ力・遠心力・重力をまとめた非線形項、 u は一般化座標に対する一般化力、 f は接触点群に作用する外力、 K は外力を等価一般化力に変換する行列であり、

$$K = [K_1 \ K_2 \ \cdots \ K_{N_c}] \quad (2)$$

$$f = [f_1^T \ f_2^T \ \cdots \ f_{N_c}^T]^T \quad (3)$$

ただし f_i は i 番目接触点に働く 3 軸力 (R^3)、 K_i は f_i を等価一般化力に変換する行列 ($R^{N_c \times 3}$) である。閉リンクの場合には、構造を規定する拘束条件が別途必要となるが、拡張は容易であるのでここでは説明を省く。 H, b は Walker, Orin ら [18] による単位ベクトル法または Composit Rigid Body 法を用いて計算することができる。また K は、単位ベクトル法を用いて計算することもできるが、外力 f_i に対応する接触点を p_i とすると、仮想仕事の原理より

$$\begin{aligned} (K_i f_i)^T \delta q &= f_i^T \delta p_i \\ \Leftrightarrow f_i^T K_i^T \delta q &= f_i^T \frac{\partial p_i}{\partial q} \delta q \end{aligned} \quad (4)$$

が任意の f_i 及び無限小変位 δq に対して恒等的に成り立つ。従って

$$K_i = \left(\frac{\partial p_i}{\partial q} \right)^T \quad (5)$$

であり、文献 [19] の方法によって求めることもできる。

外力 f を何らかの方法で計算し、更に u を入力として与えれば加速度 $\ddot{q}$ が求まる。これを積分して $\dot{q}$ 及び q を更新すれば、順動力学シミュレーションを行うことができる。

3. 拘束条件を考慮した外力計算

本稿で提案する外力計算手法は次のようなものである。まず、ロボットの衝突直後の各接触点の運動が次節 3.1 で述べる理想的な剛体衝突モデルに従うと仮定し、その運動を実現するために必要な仮の外力を計算する。これは一次方程式を解くだけのシンプルな計算であり、不静定問題となるときには擬逆行列を用いることで解決する。この段階では力学的な整合性は考慮してお

らず、矛盾が生じている可能性がある。次に各接触点に働く仮の外力について妥当性を判別し、必要に応じて接触状態または外力そのものを修正する。点接触を仮定しているので、考慮すべき条件は (1) 垂直抗力の非負条件及び (2) 摩擦力の条件の二種類に関するものだけであり、妥当性判別及び接触状態の修正は容易である。

3.1 剛体衝突モデル

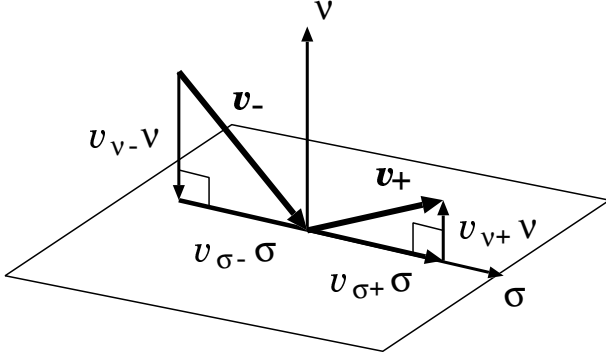


Fig.2 Rigid Contact Model

リンク系 i 番目接触点の、衝突直前の速度を $\mathbf{v}_{i-}$ 、衝突面の単位法線ベクトルを $\boldsymbol{\nu}_i$ とそれぞれおき、滑り方向ベクトル $\boldsymbol{\sigma}_i$ を次式 (6) により定義する。

$$\boldsymbol{\sigma}_i \equiv \begin{cases} \frac{\mathbf{v}_{i-} - (\mathbf{v}_{i-} \cdot \boldsymbol{\nu}_i) \boldsymbol{\nu}_i}{\|\mathbf{v}_{i-} - (\mathbf{v}_{i-} \cdot \boldsymbol{\nu}_i) \boldsymbol{\nu}_i\|} & (\mathbf{v}_{i-} \not\parallel \boldsymbol{\nu}_i) \\ 0 & (\mathbf{v}_{i-} \parallel \boldsymbol{\nu}_i) \end{cases} \quad (6)$$

$\mathbf{v}_{i-}$ は $\boldsymbol{\nu}_i$ 及び $\boldsymbol{\sigma}_i$ を用いて、法線方向成分と滑り方向成分に分解できる。

$$\mathbf{v}_{i-} = v_{\nu i-} \boldsymbol{\nu}_i + v_{\sigma i-} \boldsymbol{\sigma}_i \quad (7)$$

ただし

$$v_{\nu i-} = \mathbf{v}_{i-} \cdot \boldsymbol{\nu}_i \quad (8)$$

$$v_{\sigma i-} = \|\mathbf{v}_{i-} - (\mathbf{v}_{i-} \cdot \boldsymbol{\nu}_i) \boldsymbol{\nu}_i\| \quad (9)$$

また衝突直後の速度を $\mathbf{v}_{i+}$ とおき、同様に次式の法線方向成分と滑り方向成分に分けて表す。

$$\mathbf{v}_{i+} = v_{\nu i+} \boldsymbol{\nu}_i + v_{\sigma i+} \boldsymbol{\sigma}_i \quad (10)$$

理想的な剛体衝突モデルでは、次のような関係式が成り立つ。

$$v_{\nu i+} = -e_i v_{\nu i-} \quad (11)$$

$$v_{\sigma i+} = v_{\sigma i-} \quad (12)$$

ただし e_i は i 番目接触点における反発係数である。式 (8)(9) (11)(12) より、 $\mathbf{v}_{i-}$, $\boldsymbol{\nu}_i$ 及び e_i から $\mathbf{v}_{i+}$ が求まる。Fig.2 にこれらの幾何学的関係を図示する。

今、微小時間 Δt の間に、リンク系が各接触点において力積を受け、一般化速度が $\dot{\mathbf{q}}$ から $\dot{\mathbf{q}} + \Delta \dot{\mathbf{q}}$ へ変化したとすると、式 (5) から次式 (13) が成り立つ。

$$\mathbf{K}^T (\dot{\mathbf{q}} + \Delta \dot{\mathbf{q}}) = \mathbf{v}_+ \quad (13)$$

ただし

$$\mathbf{v}_+ \equiv [\mathbf{v}_{1+}^T \quad \mathbf{v}_{2+}^T \quad \cdots \quad \mathbf{v}_{N_c+}^T]^T \quad (14)$$

この間に働く仮の外力を ${}^{temp}\mathbf{f}$ として運動方程式 (1) を Δt で積分すれば、

$$\begin{aligned} \mathbf{H} \Delta \dot{\mathbf{q}} &= \int_{\Delta t} (\mathbf{u} - \mathbf{b} + \mathbf{K} {}^{temp}\mathbf{f}) dt \\ &\simeq (\mathbf{u} - \mathbf{b}) \Delta t + \mathbf{K} \Delta {}^{temp}\mathbf{f} \end{aligned} \quad (15)$$

ただし

$$\Delta {}^{temp}\mathbf{f} \equiv \int_{\Delta t} {}^{temp}\mathbf{f} dt \quad (16)$$

以上において、 Δt の間の $\mathbf{H}, \mathbf{b}, \mathbf{u}, \mathbf{K}$ の変化は $\Delta \dot{\mathbf{q}}$ 及び $\Delta {}^{temp}\mathbf{f}$ と比較して十分小さいものと仮定した。式 (13)(15) より $\Delta \dot{\mathbf{q}}$ を消去すれば、

$$\mathbf{M} \Delta {}^{temp}\mathbf{f} = \Delta \mathbf{a} \quad (17)$$

ただし

$$\begin{aligned} \mathbf{M} &\equiv \mathbf{K}^T \mathbf{H}^{-1} \mathbf{K} \\ \Delta \mathbf{a} &\equiv \mathbf{v}_+ - \mathbf{K}^T (\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{H}^{-1} (\mathbf{u} - \mathbf{b}) \Delta t) \end{aligned}$$

であり、 $\mathbf{M}$ は非負定値対称行列となる。

$\mathbf{M}$ が正則ならば、式 (17) より直ちに

$$\Delta {}^{temp}\mathbf{f} = \mathbf{M}^{-1} \Delta \mathbf{a} \quad (18)$$

として仮の力積 $\Delta {}^{temp}\mathbf{f}$ が求まる。しかし、リンク上の三点の運動が与えられればリンクの運動は決定されるために、四つ以上の頂点で環境に接触しているリンクが一つ以上存在する場合、これは不整定問題となり、 $\mathbf{K}$ は列フルランクではなくなる。即ち $\mathbf{M}$ は正則ではない。このため $\Delta \mathbf{f}$ は原理的に一意には定まらない。ここでは、式 (17) より独立な m 本の方程式を抜き出す。

$$\mathbf{M}_m \Delta {}^{temp}\mathbf{f} = \Delta \mathbf{a}_m \quad (19)$$

これを擬似逆行列を用いて解く。これは最小自乗解によって外力を平均的に各接触点へ分散させていることになる。

Δt の間の ${}^{temp}\mathbf{f}$ の変化を厳密に追って調べることは困難であるので、 $\Delta {}^{temp}\mathbf{f}$ の時間平均をとって ${}^{temp}\mathbf{f}$ とする。即ち

$${}^{temp}\mathbf{f} = \frac{\Delta {}^{temp}\mathbf{f}}{\Delta t} \quad (20)$$

3.2 拘束条件と接触状態の修正

外力が満たすべき拘束条件は、垂直抗力に関するもの、及び摩擦力に関するものの二種類がある。まずは外力 $\mathbf{f}_i$ を 3.1 節で用いた単位法線ベクトル $\boldsymbol{\nu}_i$ 及び滑り方向ベクトル $\boldsymbol{\sigma}_i$ によって、次のようにそれぞれの成分に分解する。

$$\mathbf{f}_i = f_{\nu i} \boldsymbol{\nu}_i + f_{\sigma i} \boldsymbol{\sigma}_i \quad (21)$$

ただし、

$$f_{\nu i} = \mathbf{f}_i \cdot \boldsymbol{\nu}_i \quad (22)$$

$$f_{\sigma i} = \|\mathbf{f}_i - (f_{\nu i} \boldsymbol{\nu}_i)\| \quad (23)$$

このとき、各々の拘束条件は次のように定式化される。

(1) 垂直抗力の非負条件

ロボットと環境は接触点で結合されているわけではないために、引っ張り方向に力を発生させることができない。この条件は次のように表される。

$$f_{\nu i} > 0 \quad (24)$$

仮の外力 ${}^{temp}\mathbf{f}_i$ について式 (24) が満たされていない場合は、この点が接触面から離れていく方向に運動する、即ち衝突・接触によってもはや拘束されていないということを意味する。従ってこのときは、対応する点を接触点群から除外する。

(2) 摩擦力の限界と動摩擦への移行

滑り方向の運動及び摩擦力は次の条件を満たす。

$$f_{\sigma i} \leq \mu_{Si} f_{\nu i}, \quad v_{\sigma i-} = 0 \quad (25)$$

または

$$f_{\sigma i} = \mu_{Ki} f_{\nu i}, \quad v_{\sigma i-} > 0 \quad (26)$$

ただし μ_{Si} 及び μ_{Ki} は、 i 番目接触点に対する最大静止摩擦係数及び動摩擦係数である。上記の二式は次の二つの意味を持つ。

- リンク上の接触点が滑りを生じていない、即ち $v_{\sigma i-} = 0$ (実装上は、十分小さい正の値 ϵ に対し $\|v_{\sigma i-}\| \leq \epsilon$) ならば、接触点を拘束し続けるような静止摩擦力が働く。接触点が滑っているならば、垂直抗力に比例する動摩擦力が働く。
- 接触点が滑りを生じていないときに発生する摩擦力が最大摩擦力を超えたら、接触点は滑り始め、動摩擦力が働く状態に不連続に移行する。

従って実際には、次のような手順によって摩擦力を求めることができる。

- 直前の接触点速度 $v_{\sigma i-}$ 及び仮の外力 ${}^{temp}\mathbf{f}_i$ について、 $v_{\sigma i-} > \epsilon$ または ${}^{temp}f_{\sigma i} > \mu_{Si} {}^{temp}f_{\nu i}$ ならば動摩擦力が働くので

$$f_{\sigma i} = \mu_{Ki} {}^{temp}f_{\nu i} \quad (27)$$

とする。

- $v_{\sigma i-} \leq \epsilon$ かつ ${}^{temp}f_{\sigma i} \leq \mu_{Si} {}^{temp}f_{\nu i}$ ならば、

$$f_{\sigma i} = {}^{temp}f_{\sigma i} \quad (28)$$

とし、仮の滑り方向外力がそのまま有効となる。

3.3 順動力学シミュレーションの手順

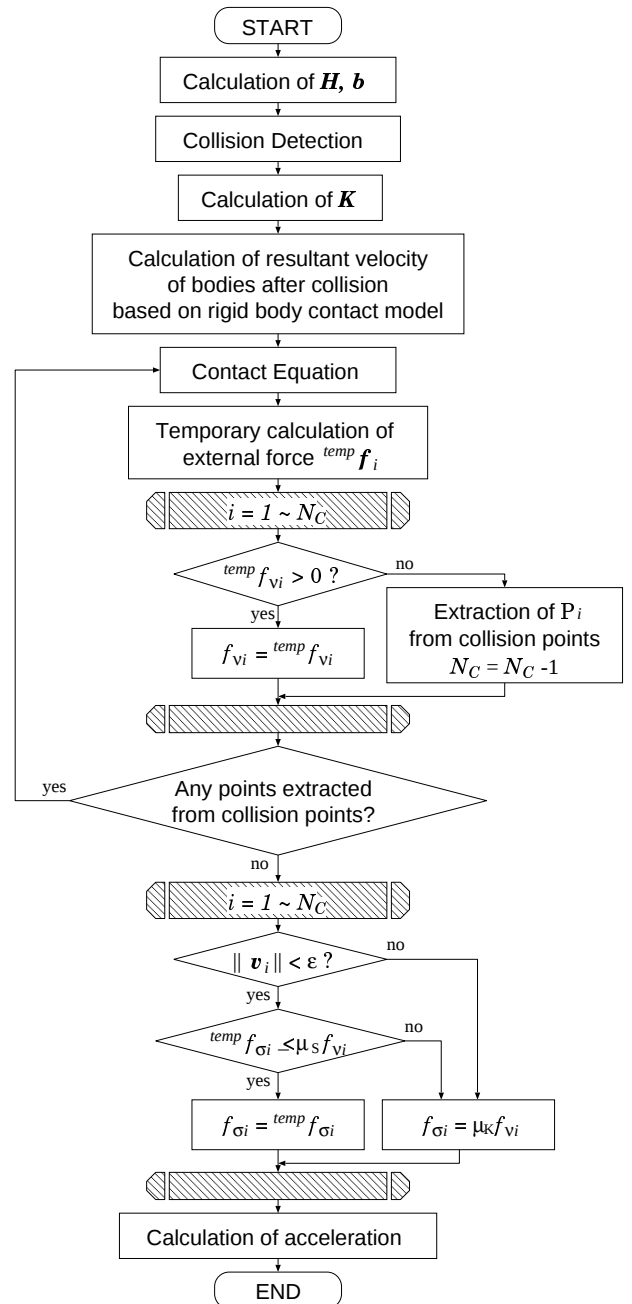


Fig.3 Flow Chart of Forward Dynamics

順動力学シミュレーションの手順をまとめる.

1. 慣性行列 $\mathbf{H}$, 非線形項ベクトル $\mathbf{b}$ を求める.
2. リンク系と環境モデルとの衝突検出を行い, 接触点群を得る.
3. 各々の接触点についてヤコビアン $\mathbf{K}_i$ を求める.
4. 剛体衝突モデルに基づき, 各接触点の衝突直後の仮の速度 $\mathbf{v}_{i+}$ を求める.
5. 運動量変化と力積との関係に基づき, 4 で求めた速度を実現するために必要な仮の外力による力積 $\Delta t^{temp} \mathbf{f}_i$ を式 (19) から計算する. 更に Δt で割って力の時間平均を計算する. 不静定問題となる場合には擬似逆行列を用いる.
6. 5 で求めた各接触点にて働く仮の外力に対し, 垂直抗力が負となっている点を接触点群から除外する.
7. 6 で除外された点が存在しなければ接触状態の修正は完了, そうでなければ 4 に戻る.
8. 求めた各接触点に対し, 滑りが生じている, あるいは滑り方向の力が最大静止摩擦力を超えてしまった場合は動摩擦力が, そうでなければ静止摩擦力が働くとし, $\mathbf{f}_i$ を決定する.
9. 式 (1) において一般化座標 $\mathbf{q}$ に関する入力一般化力ベクトル $\mathbf{u}$ を与え, 加速度 $\ddot{\mathbf{q}}$ を計算する.
10. $\ddot{\mathbf{q}}$ を積分し, $\dot{\mathbf{q}}, \mathbf{q}$ を更新する.

Fig.3 に, 上記の手順のフローチャートを示す. 図中, 垂直抗力に関する拘束条件から接触状態を修正するために繰り返し計算を行っているが, この回数は最悪ケースでは接触点の数になる. 文献 [17] では繰り返し回数は高々3回であり, 本稿で示した方法の方が不利であるように思えるが, 拘束条件の妥当性判別, 外力の修正に要する手間は少ないため, 効率の比較は単純ではない.

4. シミュレーション

提案する方法を用いて, 小型ヒューマノイドロボットの幾つかの動作をシミュレートした. ヒューマノイドロボットのモデルには HOAP-1 [20] を想定した. このモデルは体幹部が 6 自由度の非駆動関節で絶対座標系原点に連結され, 更に全身で 20 自由度の駆動関節を有する. 実際のシミュレーションの例として, Fig.4 に歩行運動, Fig.5 に転倒, Fig.6 に跳躍運動をそれぞれ行わせた結果をアニメーションで再現したときのスナップショットを示す. 全てのシミュレーションにおいて積分時間幅は 1[ms] とした. 計算に使用したコンピュータは PC/AT 互換機で CPU は Intel(R)Pentium 4(1.8GHz), RAM は 256MB であり, 1 回の計算に要した平均時間は約 4[ms] であった.

5. おわりに

順動力学におけるロボットと環境との間の衝突・接触により発生する外力を, 数値的に安定な剛体衝突モデルに基づいて計算する方法を提案した. 線接触・面接触を含む任意の接触状態を, 接触線分・接触面を構成する頂点群によって代表的に表現する方法をとることで, 任意の接触状態を統一的に扱うことを可能とした点, 拘束条件の妥当性判別と接触状態の修正を比較的単純な手順によって行える点が特徴である.

なお, 本研究は科学事業振興事業団戦略的基礎研究推進事業 (CREST) 領域「脳を創る」の補助を受けた.

参考文献

- [1] R.Featherstone. The Calculation of Robot Dynamics Using Articulated-Body Inertias. *The International Journal of Robotics Research*, Vol. 2, No. 1, pp. 13–30, 1983.
- [2] A.Fijany, I.Sharf, G.M.T.D’Eleuterio. Parallel $O(\log N)$ Algorithms for Computation of Manipulator Forward Dynamics. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, Vol. 11, No. 3, pp. 389–400, 1995.
- [3] Katsu Yamane and Yoshihiko Nakamura. $O(N)$ Forward Dynamics Computation of Open Kinematic Chains Based on the Principle of Virtual Work. In *Proceedings of the 2001 IEEE International Conference on Robotics & Automation*, pp. 2824–2831, 2001.
- [4] Brian Mirtich, John Canny. Impulse-based Simulation of Rigid Bodies. In *Symposium on Interactive 3D Graphics*, pp. 181–188, 217, 1995.
- [5] Scott McMillan, David E.Orin. Forward Dynamics of Multilegged Vehicles Using the Composite Rigid Body Method. In *Proceedings of the 1998 IEEE International Conference on Robotics & Automation*, pp. 464–470, 1998.
- [6] 比留川博久, 金広文男, 梶田秀司, 横井一仁, 金子健二, 藤原清司, 谷江和雄, 長崎高巳. スプリング・ダンパモデルに基づくヒューマノイドの動作シミュレーション. 第 19 会日本ロボット学会学術講演会予稿集, pp. 5–6, 2001.
- [7] 黄潤灌, 加藤雅麗, 近野敦, 内山勝. 宇宙ロボティクスツールボックス SpaceDyn を用いたヒューマノイドロボットの動力学シミュレーション. 第 18 回日本ロボット学会学術講演会予稿集, pp. 1463–1464, 2000.
- [8] 山根克, 中村仁彦. $O(N)$ 順動力学計算法と陰積分による衝突・接触の高速シミュレーション. ロボ

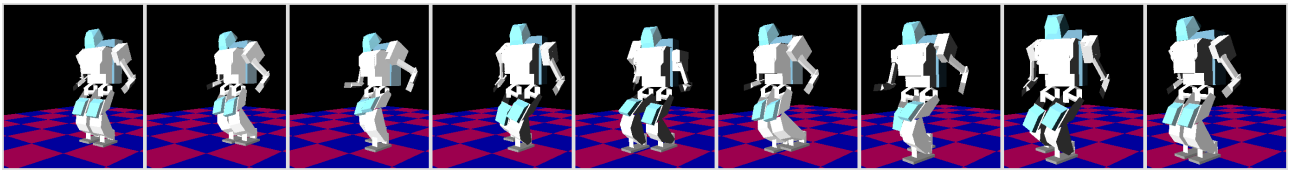


Fig.4 Walking motion

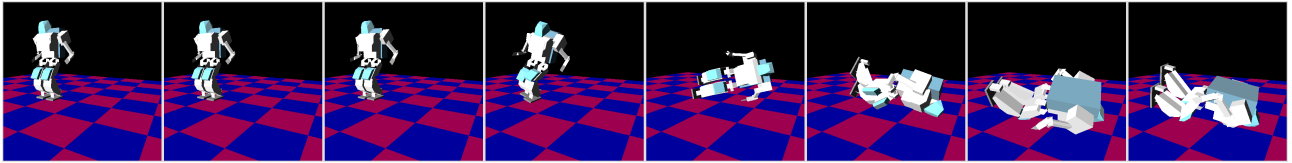


Fig.5 Falling down

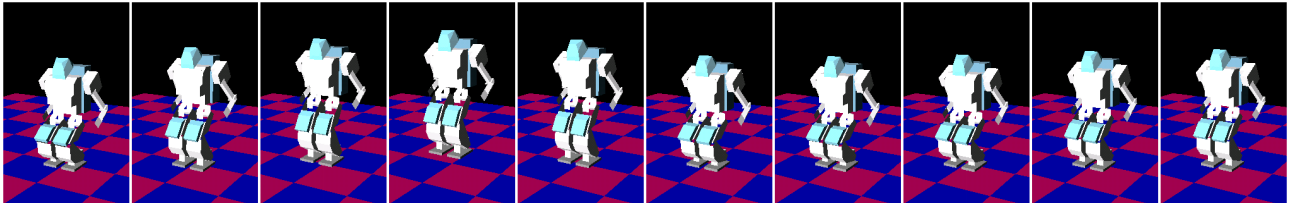


Fig.6 Jumping

ティクス・メカトロニクス講演会'02 講演論文集, 2002.

- [9] K.H.Hunt and F.R.E.Crossley. Coefficient of Restitution Interpreted as Damping in Vibroimpact. *ASME Journal of Applied Mechanics*, pp. 440–445, 1975.
- [10] Duane W.Marhefka and David E.Orin. Simulation of Contact Using a Nonlinear Damping Model. In *Proceedings of the 1996 IEEE International Conference on Robotics & Automation*, pp. 1662–1668, 1996.
- [11] 黄強, 中村仁彦, 荒井裕彦, 谷江和雄. 運動能力解析の2足歩行ヒューマノイドシミュレータ. 第18回日本ロボット学会学術講演会予稿集, pp. 1475–1476, 2000.
- [12] P.Lötstedt. Numerical Simulation of Time-Dependent Contact and Friction Problems in Rigid Body Mechanics. *SIAM Journal of Scientific and Statistical Computing*, Vol. 5, No. 2, pp. 370–393, 1984.
- [13] 吉田和哉, 指田直毅, 梅谷陽二. 拡張逆慣性行列を用いた浮遊リンク系の衝突運動の定式化. 日本ロボット学会誌, Vol. 11, No. 3, pp. 410–418, 1993.
- [14] 中村達也, 小谷内範穂, 安達弘典. 歩行シミュレーションにおける相互作用計算. システム制御情報学会論文誌, Vol. 5, No. 1, pp. 1–8, 1992.
- [15] David Baraff. Fast Contact Force Computation for Nonpenetrating Rigid Bodies. In *Proceedings on SIGGRAPH 94*, pp. 23–34, 1994.
- [16] 藤本康孝, 河村篤男. 床との衝突及び摩擦を考慮した2足歩行ロボットの三次元運動シミュレーション. 日本ロボット学会誌, Vol. 15, No. 6, pp. 857–863, 1997.
- [17] 中村仁彦, 山根克. 拘束条件が不連続に変化するリンク系の動力学-環境と接触しながら運動するヒューマンフィギュアへの応用-. 日本ロボット学会誌, Vol. 18, No. 3, pp. 435–443, 2000.
- [18] M.W.Walker, D.E.Orin. Efficient Dynamic Computer Simulation of Robotic Mechanisms. *Transactions of the ASME, Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, Vol. 104, pp. 205–211, 1982.
- [19] David E.Orin and William W.Schrader. Efficient Computation of the Jacobian for Robot Manipulators. *The International Journal of Robotics Research*, Vol. 3, No. 4, pp. 66–75, 1984.
- [20] 村瀬有一, 安川裕介, 境克司, 植木美和. 研究用小型ヒューマノイドの設計. 第19回日本ロボット学会学術講演会予稿集, pp. 789–790, 2001.