

# 拘束条件が不連続に変化するリンク系の動力学 —環境と接触しながら運動するヒューマンフィギュアへの応用—

中村 仁彦\* 山根 克\*

## Dynamics of Kinematic Chains with Discontinuous Changes of Constraints —Application to Human Figures that Move in Contact with the Environments—

Yoshihiko Nakamura\* and Katsu Yamane\*

In this paper, we propose a new formulation of the dynamics of human figures, which are characterized by their frequent contact with the environment and underactuation due to the free joint of the body link. The formulation is shown to have wide variety of applications from dynamics simulation to generation of physically consistent motions of underactuated systems including human figures, meaning that the proposed formulation gives a common basis for the problems concerning motions of human figures. The computational method of simulating collisions and contacts itself has advantages compared to previous methods: efficiency and stiffness of computation are achieved by two factors, that is, (1) to apply rigid contact model instead of spring-damper model in which extremely large collision and contact forces are applied to make the computation unstable, and (2) to avoid the inequality conditions of contact forces used in conventional rigid contact model approaches, leading to quite simple and efficient solution.

**Key Words:** Human Figures, Dynamics Simulation, Change of Constraints, Contact, Collision

### 1. はじめに

ヒューマンフィギュア, すなわち人間の関節構成をモデル化したリンク機構の動力学計算は, ヒューマノイドやコンピュータグラフィクス (CG) キャラクタを中心に広い応用範囲を持っている。

ヒューマンフィギュアの運動は以下のような特徴を持つ。

- (1) 構造可変—物体や他のヒューマンフィギュアをつかむことによって, 例えば開リンクから閉リンクへ, さらに別の閉リンクへとリンク構造が時間とともに変化する。しかも, どのようなリンク構造が現れるかを事前に予測することは難しい。
- (2) 環境との頻繁な衝突・接触—最も日常的な歩行運動でさえ両足が地面との衝突や接触を繰り返すように, 人間は衝突や接触をうまく利用して多様な運動を実現している。衝突や接触の計算はヒューマンフィギュアの運動を考える上で避けて通ることはできない。
- (3) 不完全駆動系 (under actuated system)—ヒューマンフィギュアは固定リンクを持たず, 運動の自由度に対して駆動できる自由度が少ないという点で, 宇宙ロボットや自由関節を持つマニピュレータと同様の不完全駆動系 (under

actuated system)[1] としての特徴を持つ。このことはヒューマンフィギュアの運動制御や運動計画を困難にする。

本論文では, 環境などと干渉しリンク構造を変化させながら運動するリンク系の一般的な拘束運動の方程式を導出し, その方程式が新しい関節の生成によるリンク構造変化や環境との衝突・接触を含むヒューマンフィギュアの動力学シミュレーションと, 力学的整合性を満たす運動の生成に応用可能であることを示す。提案した方程式により, これまで別個に扱われてきた (1) 構造可変リンク系の動力学計算 (2) 衝突・接触の計算, および (3) ヒューマンフィギュアを含む不完全駆動系の運動生成が同じ基礎の上で議論できるようになる。さらに, 本論文で提案する (1)–(3) の計算法はそれぞれ個別に見ても従来法に比べて優れた点がある。

多リンク系の動力学シミュレーションに関しては数多くの手法が提案されている [2]。特に構造可変リンク系の運動計算法としては, 既存の機構解析ソフトウェアを利用したもの [3] や歩行の動力学シミュレーション [4]~[6] の研究があるが, 計算時間が長かったり, 一般的な構造変化の取り扱いが難しいという問題がある。また, より一般的な方法として高橋ら [7] が宇宙ロボットの構造可変リンク系の運動計算法を提案しているが, 構造変化に伴う処理が複雑で, オーバーヘッドが大きい。筆者ら [8] が提案した構造可変リンク系の運動計算法では, 新しい関節で働く拘束力を直接計算することはできなかった。しかし, 実際のヒューマンフィギュアの運動では, 手で鉄棒をつかんだときなどのように関節が切断される条件が拘束力の大きさで表

原稿受付 1999年5月26日

\* 東京大学大学院工学系研究科機械情報工学専攻

\* Department of Mechano-Informatics, University of Tokyo

されることが多い．本論文で述べる方法では拘束力が直接計算されるため，拘束力を用いた切断判定などが容易になる．また，文献 [8] の方法ではリンクの結合や関節の切断が発生するたびに自由度の計算や一般化座標の選択をやりなおす必要があったが，ここではそれらの処理も不要になっている．

衝突・接触の計算は従来から議論の対象となっている問題であり，数多くの計算法が提案されている [9][10]．しかし，衝突・接触現象そのものの解析を目的とした計算法は正確ではあるが計算量が多く，リアルタイムでの計算には向かない．マニピュレータの衝突現象の計算については，吉田ら [11] や辻尾ら [12] の研究がある．しかし，文献 [11] では衝突面の接線方向も含めて任意の力積が働くと仮定し，摩擦力の限界は考慮していない．また文献 [12] の衝突は動摩擦力を含んでいるが，衝突中に静摩擦に移行する状況は考えていない．一方，藤本ら [13] は，接触による拘束を微小な完全非弾性衝突の繰り返しとしてモデル化し，摩擦などの条件のもとで運動エネルギーを最小化する 2 次元最適化問題を解く 2 足歩行ロボットのシミュレーション手法を提案している．本研究では，接触をリンク構造変化と同様に拘束条件の不連続な変化と考え，この間の運動の不連続な変化として衝突現象を定式化する．これにより，本論文で提案する衝突と拘束運動の計算法はリンク構造変化・接触の両方に適用できる極めて一般的な方法となっている．

本論文ではさらに，提案した拘束運動の方程式をヒューマンフィギュアのような不完全駆動系の力学的整合性の基礎式と考えることができ，ヒューマンフィギュアの運動制御・生成にも応用できることを示す．ヒューマンフィギュアの運動生成は ZMP [14]，倒立振り子モデル [15] や力学的バランス [16] を用いて動力学計算とは別に行われることが多かった．本論文で提案した方程式を用いることにより，力学的整合性を満たす運動の生成が容易になると期待される．

## 2. 運動学的拘束の発生を伴うリンク系の運動方程式

### 2.1 仮想リンクによる拘束の表現

ヒューマンフィギュアを構成するリンクの一つが運動中に接触などにより他のリンクとの間に新たな運動学的拘束を受けたとき，それらのリンクの一方を実リンクとし，他方を親リンクとする仮想リンクにより新しい拘束を表現する [8]．これにより，リンク系の運動を最少限の一般化座標で表しながらあらゆるリンク結合をシームレスに扱い，構造可変なリンク系の動力学計算をオンラインで行うことができる．

文献 [8] では仮想リンクとその親リンクの間の関節の運動を最少の一般化座標で表しているのに対し，ここでは仮想リンクを Fig. 1 に示すように常に 6 自由度対偶で接続する．このとき，文献 [8] では一般化座標の数を少なくすることで自動的に表現されていた拘束条件を仮想リンクの関節値に対する条件として陽に表す必要がある．一方，前者の方法では計算できなかった拘束力が仮想リンクの駆動力・トルクとして表されるため，接触など拘束力に応じて状態が変化する場合には大きな利点が生まれる．

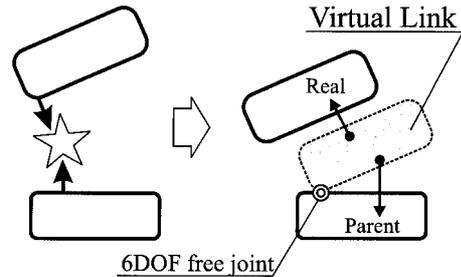


Fig. 1 Virtual link for contact

### 2.2 動力学・運動学の関係式

リンク系の全関節数を  $N_{all}$ ，全関節値を  $\theta_{all} \in \mathbb{R}^{N_{all}}$  とする． $N_{all}$  には接触に伴って生成される仮想リンクの 6 自由度対偶，および浮遊リンク機構におけるベースの 6 自由度対偶も含まれる．閉リンク機構では，閉ループによる拘束のため運動の自由度数は必ずしも  $N_{all}$  と一致しない．ここでは簡単のためホロノミックな拘束のみを考え，全関節数  $N_{all}$  からホロノミックな拘束の数を除いたものを  $N_G$  として， $\theta_{all}$  から適当な  $N_G$  個を選んでリンク系の運動を一意に表す一般化座標  $\theta_G$  を作る．運動方程式は以下ようになる．

$$\tau_G = A \ddot{\theta}_G + b \quad (1)$$

ここで  $\tau_G \in \mathbb{R}^{N_G}$  はリンク系に加えられる一般化力， $A \in \mathbb{R}^{N_G \times N_G}$ ， $b \in \mathbb{R}^{N_G}$  はそれぞれ慣性行列，速度 2 乗項・重力項である． $\theta_{all}$  と  $\theta_G$  の間の関係は

$$H \triangleq \frac{\partial \theta_{all}}{\partial \theta_G} \quad (2)$$

で定義されるヤコビアン  $H$  を用いて

$$\dot{\theta}_{all} = H \dot{\theta}_G \quad (3)$$

$$\ddot{\theta}_{all} = H \ddot{\theta}_G + \dot{H} \dot{\theta}_G \quad (4)$$

と表すことで， $\theta_{all}$  とその一般化力の対と  $\theta_G$  とその一般化力の対の間の変換計算を容易に行うことができる．一般化座標の選び方， $H$ ， $\dot{H} \dot{\theta}_G$  の計算方法については文献 [8] を参照されたい．

なお，非ホロノミックな拘束が存在するときはヤコビアンを式 (2) のように定義することはできないが，式 (3) を満たす  $H$  を計算することはできるので，以降の議論もまったく同様に進めることが可能である．

### 2.3 運動学的拘束を考慮した運動方程式

新しい拘束に伴って生成された仮想リンクの 6 自由度対偶のうち拘束されている自由度数の総和を  $N_C$  とし，それらの関節値を  $\theta_C \in \mathbb{R}^{N_C}$  とすると， $\theta_C$  と一般化座標  $\theta_G$  との関係は

$$H_C \triangleq \frac{\partial \theta_C}{\partial \theta_G} \quad (5)$$

で定義されるヤコビアン  $H_C \in \mathbb{R}^{N_C \times N_G}$  を用いて

$$\dot{\theta}_C = H_C \dot{\theta}_G \quad (6)$$

$$\ddot{\theta}_C = H_C \ddot{\theta}_G + \dot{H}_C \dot{\theta}_G \quad (7)$$

と表される.  $\theta_C$  は  $\theta_{all}$  の一部であるから,  $H_C$  は  $H$  から適当な行を取り出すことによって作ることができる.

拘束が維持されるための条件は通常

$$\ddot{\theta}_C = 0 \quad (8)$$

と表される. これを実現するために  $\tau_C \in R^{N_C}$  なる拘束力が働き, さらに  $N_J$  個の関節が  $\tau_J \in R^{N_J}$  という駆動トルクを発生しているとき, 系に働く一般化力  $\tau_G$  は仮想仕事の原理より

$$\tau_G = H_C^T \tau_C + H_J^T \tau_J \quad (9)$$

と計算される. ここで駆動されている関節の関節値を  $\theta_J \in R^{N_J}$  とすると  $H_J \in R^{N_J \times N_G}$  は

$$H_J \triangleq \frac{\partial \theta_J}{\partial \theta_G} \quad (10)$$

なるヤコビアンである.  $\theta_J$  も  $\theta_{all}$  の一部であるから,  $H_J$  は  $H$  から適当な行を選んで作ることができる.

式(1)(7)(8)(9)を  $\ddot{\theta}_G, \tau_C$  および  $\tau_J$  について解くと次式を得る.

$$\begin{pmatrix} A & -H_C^T & -H_J^T \\ H_C & O & O \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{\theta}_G \\ \tau_C \\ \tau_J \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -b \\ -\dot{H}_C \dot{\theta}_G \end{pmatrix} \quad (11)$$

また, 拘束をまったく受けず浮遊しているときは式(1)(9)から

$$\begin{pmatrix} A & -H_J^T \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{\theta}_G \\ \tau_J \end{pmatrix} = -b \quad (12)$$

となる. 式(11)(12)は運動学的拘束を受けながら運動するリンク系の一般的な運動方程式となっている.

どちらの式においても, 係数行列が行フルランクであれば両式を満たす  $(\ddot{\theta}_G^T \tau_C^T \tau_J^T)^T$  あるいは  $(\ddot{\theta}_G^T \tau_J^T)^T$  は  $N_J$  次元平面を張る. すなわち,  $\ddot{\theta}_G, \tau_C, \tau_J$  のうち  $N_J$  個, すなわち駆動関節数の成分を与えるとリンク系全体の運動が決まることを表す. どの成分を既知として与えるかによって3節に挙げるように様々な応用が考えられる.

#### 2.4 力積と速度変化の計算

新しい拘束が生まれる直前に拘束される方向の相対速度を持っていたとき, 衝突が発生する. 衝突により力積  $F_{col} \in R^{N_C}$  が作用して一般化速度が  $\Delta \dot{\theta}_G \in R^{N_G}$  だけ変化し, 接触により拘束される自由度の速度が  $\dot{\theta}_C \in R^{N_C}$  から  $\Delta \dot{\theta}_C \in R^{N_C}$  だけ変化し,  $\dot{\theta}_{Cnew}$  になったとする. 衝突前後の相対速度の関係は

$$\dot{\theta}_C + \Delta \dot{\theta}_C = \dot{\theta}_{Cnew} \quad (13)$$

である. 関節による結合の場合は

$$\dot{\theta}_{Cnew} = 0 \quad (14)$$

となることが多い. また各方向に対して反発係数  $e_i$  ( $i = 1, 2, \dots, N_C$ ) が分かっている衝突の場合は

$$\dot{\theta}_{Cnew} = - \begin{pmatrix} e_1 \dot{\theta}_{C1} & e_2 \dot{\theta}_{C2} & \dots & e_{N_C} \dot{\theta}_{CN_C} \end{pmatrix}^T \quad (15)$$

とする. ここで  $\dot{\theta}_{Ci}$  は  $\dot{\theta}_C$  の第  $i$  成分である. 力積と運動量変化の関係は

$$A \Delta \dot{\theta}_G = -H_C^T F_{col} \quad (16)$$

と表される. また,  $\Delta \dot{\theta}_C$  と  $\Delta \dot{\theta}_G$  の間には式(6)より次の関係がある.

$$H_C \Delta \dot{\theta}_G = \Delta \dot{\theta}_C \quad (17)$$

式(13)(14)(16)(17)を解いて, 力積と一般化座標の速度変化は次のように求められる.

$$F_{col} = (H_C A^{-1} H_C^T)^{-1} \dot{\theta}_C \quad (18)$$

$$\Delta \dot{\theta}_G = -A^{-1} H_C^T F_{col} \quad (19)$$

慣性行列  $A$  は正定値対称行列なので, 式(18)に現れる逆行列は  $H_C$  が行フルランクのとき存在が保証される.

この計算法では, 衝突に伴う速度の不連続な変化を直接計算するため, 同じ現象を大きな加速度の積分で計算するバネ・ダンパモデルに比べて計算の安定性が高いことに注意されたい.

### 3. 拘束運動方程式の応用

#### 3.1 動力学シミュレーション

式(11)に既知  $N_J$  成分として関節トルク  $\tau_J$  を与え, 変形すると

$$\begin{pmatrix} A & -H_C^T \\ H_C & O \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{\theta}_G \\ \tau_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} H_J^T \tau_J - b \\ -\dot{H}_C \dot{\theta}_G \end{pmatrix} \quad (20)$$

を得る. これを用いると一般化加速度  $\ddot{\theta}_G$  と拘束力  $\tau_C$  が同時に計算され, 動力学シミュレーションを行うことができる. なお,  $A$  が正定値対称行列なので,  $H_C$  が行フルランクのとき左辺の係数行列の逆行列が次のように与えられる.

$$\begin{pmatrix} A & -H_C^T \\ H_C & O \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} P & Q \\ R & S \end{pmatrix} \quad (21)$$

$$P \triangleq A^{-1}(E - H_C^T B^{-1} H_C A^{-1})$$

$$Q \triangleq A^{-1} H_C^T B^{-1}$$

$$R \triangleq -B^{-1} H_C A^{-1}$$

$$S \triangleq B^{-1}$$

$$B \triangleq H_C A^{-1} H_C^T$$

構造可変リンク系の動力学シミュレーションについては文献[8]でも述べたが, 本論文の方法は新しい拘束を関節の自由度ではなく拘束力によって実現する点で異なり, 以下のような利点がある.

- 拘束力が直接計算できる. 鉄棒を手でつかむことによってできる回転関節のように, 拘束力が限界を超えると結合が切断される場合には有用である.
- 仮想リンクの6自由度対偶は運動学的には新しい拘束とはならない. すなわち, 結合によって系全体の自由度数は変化しない. したがって, 自由度を計算したり, 一般化座標を選んだりする必要がなくなる.

- 六つの自由度に対して自由に拘束条件を与えることができるため、ジンバルなど複雑な拘束の関節や柔軟性のある関節も容易に取り扱うことができる。

逆に欠点としては、式(21)から分かるように慣性行列  $A$  の逆行列のほか  $H_C A^{-1} H_C^T$  の逆行列も計算しなければならないため、計算量が増加するという点が挙げられる。

### 3.2 運動制御・運動生成

既知成分として目標軌道から得られた加速度  $\ddot{\theta}_G^d$  を与えることにより、目標運動を実現するための駆動トルク  $\tau_J$  と拘束力  $\tau_C$  を計算し、制御を行うことができる。ただし、 $\ddot{\theta}_G$  は  $N_G$  個の成分を持つことから、 $N_J < N_G$  となる不完全駆動系では  $\ddot{\theta}_G$  のすべての成分を与えることはできない。また、 $N_J \geq N_G$  であっても運動学的拘束式(7)を満足しない  $\ddot{\theta}_G^d$  では解が存在しない。現実的な利用方法としては、 $\ddot{\theta}_G$  の一部を与え、 $\ddot{\theta}_G$  の残りの成分と  $\tau_C, \tau_J$  を式(11)を重み付き擬似逆行列などを用いて解くことにより計算することが考えられる。これにより、一般化座標の一部に対して与えられた目標軌道に沿い、かつ力学的に実現可能な運動が生成される。

一般化加速度  $\ddot{\theta}_G$  の目標値を直接与えるのではなく、手先や足先の軌道を与え、それを実現するための一般化加速度  $\ddot{\theta}_G$  と接触力  $\tau_C$ 、関節トルク  $\tau_J$  を計算することも可能である。目標軌道が与えられている自由度の数を  $N_P (< N_J)$ 、それらの位置・姿勢を表す座標値を  $r_P \in R^{N_P}$ 、 $r_P$  の一般化座標に対するヤコビアンを  $J_P \triangleq \partial r_P / \partial \theta_G \in R^{N_P \times N_G}$  とすると次式が成り立つ。

$$\ddot{r}_P = J_P \ddot{\theta}_G + \dot{J}_P \dot{\theta}_G \quad (22)$$

これと式(11)を連立させると

$$\begin{pmatrix} A & -H_C^T & -H_J^T \\ H_C & O & O \\ J_P & O & O \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{\theta}_G \\ \tau_C \\ \tau_J \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -b \\ -\dot{H}_C \dot{\theta}_G \\ \ddot{r}_P - \dot{J}_P \dot{\theta}_G \end{pmatrix} \quad (23)$$

が得られる。ここで  $\ddot{r}_P^d$  は与えられた実現可能な目標加速度である。擬似逆行列を用いて式(23)を解くと、 $\ddot{r}_P^d$  を実現する全身運動の解の一つを生成することができる。このとき、一般化加速度  $\ddot{\theta}_G$  についても ( $N_J - N_P$ ) 個の成分まで指定してよい。例えば、 $r_P^d$  として両足先の軌道を与え、 $\theta_G$  のうちベースの位置・姿勢に対応する成分を指定して歩行運動を生成することなどが考えられる。

式(11)(23)のどちらのケースでも、関節トルク  $\tau_J$ 、接触力  $\tau_C$  とともに一般化加速度  $\ddot{\theta}_G$  の残りの成分も同時に計算されるから、結果をシミュレートするために順動力学を計算し直す必要はないことに注意されたい。したがって、式(11)(23)は(1)力学的に実現可能な運動の生成(2)運動を実現するための制御入力の計算(3)それに対する動力学シミュレーションの三つの機能を併せ持っている。

## 4. 衝突・接触の計算

### 4.1 衝突・接触の計算法

衝突・接触に対しても2章で述べた計算法が適用できる。し

かし、衝突・接触による拘束には、関節による拘束とは異なる以下のような特徴がある。

(1) 接触状態により拘束条件が変化する

(2) 衝突・接触で発生する力積・接触力に条件がある

このため、衝突・接触はバネ・ダンパモデルや不等式拘束条件を含んだ線形計画問題として扱われることが多い。従来から議論されている計算方法は以下の2種類に大別される。

(1) バネ・ダンパモデル—接触している2物体の間に仮想的なバネ・ダンパを考え、それによって接触力が発生すると考える方法[5][6][17]。この場合、接触力は2物体の相対運動から容易に計算されるが、衝撃力により大きな加速度が発生するため数値積分が発散しやすく、サンプリングタイムを小さくする必要があり、計算負荷が大きくなる[18]。しかし、バネ・ダンパ係数を変化させることで物体の軟らかさを表現することができるという利点を持つ。非線形バネ・ダンパとすることで数値計算の安定性を高め、実験結果に近づけようとする研究もある[19]。

(2) 剛体モデル—接触している2物体は剛体であるとし、接触力に関する不等式拘束条件付きで運動方程式を解いて接触力を求める方法[9][10]。ここでは衝突は運動量保存則を用いて速度の不連続な変化として計算する。大きな衝撃力を扱う必要がないため安定で、サンプリングタイムを変化させる必要がない。しかし、不等式拘束条件を含む方程式を解くための計算量が多いことから、シミュレーションや運動計画に使われることは少ない。また、すべてのリンクを剛体とみなすので、物体の柔軟性を扱うことはできない。

本研究では接触のモデルとして計算安定性に長所のある剛体モデルを用いる。仮説に基づく拘束力の計算と仮説の妥当性チェックを繰り返す方法をとることにより、計算量を増加させる不等式拘束条件を避けた効率的な計算を提案する。また衝突のモデルとしては、ダンパなどによるエネルギー損失を反発係数によってマクロに表現するNewtonの衝突モデルを用いる。これは、衝突を圧縮段階と膨張段階に分けるPoissonの衝突モデル[9]に比べて単純である。しかし、人間の体と環境との衝突では生体組織の粘弾性のためチャタリングが生じることは少なく、ヒューマノイドの足と地面の接触においても足首や足裏に粘弾性を持つ材料・機構を使うことが提案されている[20]ことから、反発係数  $e = 0$  とした完全非弾性衝突としてよいと考えられる。また、 $0 < e \leq 1$  とすることにより、チャタリングを生じる可能性のある物体間の衝突も表現することができる。

### 4.2 仮想リンク座標系の設定

接触による拘束条件を式(8)の形で表すために仮想リンク座標系の位置・姿勢を定める。計算の各瞬間では足リンクに固定されており、「仮想リンクの速度・トルク」はその瞬間に足リンクに固定された仮想リンク座標系における速度・トルクを指すものとする。接触状態の変化による仮想リンク座標系の移動は考えない。

仮想リンク座標系の位置は、点接触時には接触点とする。線接触および面接触の場合は、瞬間回転中心  $p_c$  が接触領域  $S_C$  内にあるときは  $p_c$  とし、それ以外の場合は  $S_C$  内の任意の点とする。また姿勢は  $z$  軸を接触面の法線方向に仮想リンクの親

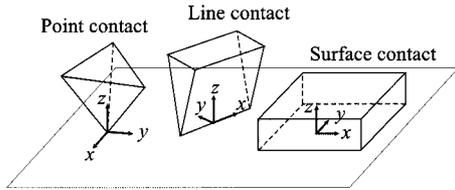


Fig. 2 Virtual link coordinates in each contact state

Table 1 Constrained degrees of freedom in each contact state;  $n_p$ : number of contact points,  $v_s = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$ ,  $\circ$ : constrained,  $\times$ : unconstrained

$n_p$	state	$v_x, v_y$	$v_z$	$\omega_x$	$\omega_y$	$\omega_z$
1	point	$\times (v_s > 0)$	$\circ$	$\times$	$\times$	$\times$
2	line	$\circ (v_s = 0)$	$\circ$	$\times$	$\times$	$\circ (v_s = 0, \omega_z = 0)$
$\geq 3$	surface		$\circ$	$\circ$	$\circ$	$\times$ otherwise

リンク側から出る向きに取り，その他の軸は接触状態によって以下のように取る．点接触および面接触時には  $x, y$  両軸が接触面内にあり，右手系をなしていれば方向は任意である．線接触時には  $x$  軸を接触線方向に取る．これは，接触により拘束されない自由度を  $x$  軸回りの回転に分離するためである．それぞれの接触状態における仮想リンク座標系の取り方を Fig. 2 に示す．

仮想リンク座標系を以上のように置くことにより，運動学的な拘束条件が Table 1 のように簡単に表される．ここで仮想リンク座標系で表した仮想リンクの速度，すなわち 2 物体の相対速度を  $(v_x v_y v_z \omega_x \omega_y \omega_z)^T$  としている．線接触では  $x$  軸を接触線方向に取ったため， $y$  軸回りの回転が拘束される．拘束されない方向に対しては，その方向の接触力・モーメントが運動から計算できる．すなわち，仮想リンクの 6 自由度はおおの運動または駆動力（モーメント）のいずれか一方が必ず拘束される．

接触面内の並進と鉛直軸回りの回転に対する拘束については注意が必要である．鉛直軸回りのモーメントは摩擦力の分布によって決まるから，並進運動のみの場合にも鉛直軸回りの回転は拘束されない．また回転中心が接触領域内にあるときは回転中心で静止摩擦力が働くため，前述のように仮想リンク座標系の原点を回転中心にとったとき原点の並進運動は拘束される．

4.3 接触力の条件

簡単のため接触面に垂直な面内の運動を考え，接触面の鉛直方向と平行方向の運動と接触力に関する条件を示す [9]．まず鉛直方向については，速度  $v_n$  と接触力（垂直反力） $f_n$  が以下の (a), (b) のいずれかを満たさなければならない．

$$\begin{cases} \text{(a)} & \dot{v}_n = 0, \quad f_n > 0 \\ \text{(b)} & \dot{v}_n > 0, \quad f_n = 0 \end{cases} \quad (24)$$

また水平方向の速度  $v_t$  と接触力（摩擦力） $f_t$  に関しては次の条件がある．

$$\begin{cases} \text{(a)} & \dot{v}_t = 0, \quad f_t \leq \mu_S f_n \\ \text{(b)} & \dot{v}_t f_t < 0, \quad f_t = \mu_D f_n \end{cases} \quad (25)$$

ここで  $\mu_S, \mu_D$  はそれぞれ静止摩擦係数，動摩擦係数である．これらの不等式拘束条件をそのまま運動量保存則や運動方程式と組み合わせて解くと計算量が多くなる．

そこで本研究では以下のようにして接触力を計算する．

- (1) 式 (24) のうち  $\dot{v}_n = 0$ ，式 (25) のうち  $\dot{v}_t = 0$  を仮定して式 (20) を用いて  $f_n, f_t$  を計算し，得られた結果が他の条件を満足するかどうかを調べる．満足すればそれを接触力とする．
- (2) 接触力が不等式拘束条件を満足しない場合は，前項の仮定，すなわち運動学的拘束条件が誤っていたことになる．運動学的拘束条件を変更して (1) に戻り，改めて接触力を計算する手順をすべての条件を満たす接触力が得られるまで繰り返す．

この方法では，接触力を計算する段階では不等式拘束条件を考慮する必要がなく，計算効率が高い．さらに，接触による拘束が関節による拘束と同様に計算できるため，インプリメントの点でも有利である．

4.4 接触力の妥当性判定

一般の三次元運動の場合について，接触力の妥当性判定法を示す．以下では仮想リンク座標系で表した接触力を  $(f_x f_y f_z n_x n_y n_z)^T$  とする．

- (1) 垂直反力  $f_z$   
垂直反力の妥当性の条件は  $f_z > 0$  である． $f_z \leq 0$  のときは二つのリンクは自然に離れていくので，その接触による拘束をすべて解除する．
- (2) 水平軸回りのモーメント  $n_x, n_y$   
妥当性の条件は接触面内の垂直反力の釣合点の位置

$$\begin{aligned} p_v &= (p_{vx} \quad p_{vy} \quad 0)^T \\ &= (-n_y/f_z \quad n_x/f_z \quad 0)^T \end{aligned} \quad (26)$$

が接触領域の凸包  $\hat{S}_C$  の中にあることである．これは垂直反力が接触領域内で常に上向きに働くことによる．計算された  $p_v$  が  $\hat{S}_C$  の外にあった場合は，まず  $\hat{S}_C$  で最も近い点を求める．そして，その点が  $\hat{S}_C$  の頂点である場合はその点での点接触に，また  $\hat{S}_C$  の辺上の点である場合はその辺での線接触に，それぞれの拘束条件を変更する． $p_v$  は歩行の安定性の議論によく用いられる Zero Moment Point (ZMP) [14] と類似している．実際，片足接地の場合は  $p_v$  は ZMP と一致する．両足接地の場合は ZMP が 1 点しか定義されず，それが支持多角形の凸包に含まれることが運動実現の条件になるのに対し， $p_v$  は両足に対して 1 点ずつ計 2 点定義され，それぞれが接地領域の凸包内にあることが条件となる点が異なる．

- (3) 摩擦力  $f_x, f_y$  および鉛直軸回りのモーメント  $n_z$   
摩擦力は接触領域の各点で働き，それによって鉛直軸回りのモーメントが発生する．ここでは 1 組の接触に対して 1 組の接触力・モーメントしか定義されないため，それらの合力・合モーメントを計算する必要があるが，各点の垂直反力に依存するため厳密な値を計算するのは難しい．ここでは近似的な限界値を求め，それによって妥当性を判断する．具体的な方法については 4.5 節で述べる．

Table 2 Constraints for slip and rotation round vertical axis

condition	slip	rotation
$\sqrt{v_x^2 + v_y^2} = 0, \omega_z = 0$	○	○
$\sqrt{v_x^2 + v_y^2} = 0, \omega_z \neq 0$	○	×
$\sqrt{v_x^2 + v_y^2} \neq 0, \omega_z \neq 0$	×	×

判定は三つの手順からなるが(1)で垂直反力が妥当でない  
とされた場合には次の計算では接触そのものがなくなるため、  
(2)(3)を行うことはない。したがって繰り返し計算の回数は  
最大でも3回である。また、再計算時に新たに必要となるのは、  
 $H$  から新しい拘束条件に従って  $H_C$  を作り直す作業、および  
式(21)を用いて式(20)を解く計算であり、動力学計算の主  
要部分を再度計算する必要はない。

#### 4.5 摩擦力和鉛直軸回りのモーメントの計算

すべりと鉛直軸回りの回転に対する拘束条件を Table 2 に  
まとめる。説明を簡単にするため、すべり方向と鉛直軸回りに  
拘束されていない場合の  $f_x, f_y, n_z$  の計算法を初めに示す。仮  
想リンク座標系の原点に働く摩擦力和鉛直軸回りのモーメント  
は、接触領域  $S_C$  内で働く摩擦力和それによるモーメントの合  
力・合モーメントである。各点の摩擦力の大きさは垂直反力の  
分布に依存し、方向はすべりと鉛直軸回りの回転の状態に依存  
する。

摩擦力・モーメントと垂直反力の作用点  $p_v$  から回転中心  $p_c$   
までの距離  $l_{vc}$  との関係を考える。

(1) 鉛直軸回りの回転がない、すなわち  $l_{vc} \rightarrow \infty$  のとき、垂  
直反力の作用点  $p_v$  の定義から明らかに  $p_v$  では各点の摩  
擦力による鉛直軸回りのモーメントの和が零になる。よっ  
て、この場合は摩擦力が  $p_v$  に集中して働くものとみなし  
てよく、このことから原点における摩擦力  $f_{x\infty}, f_{y\infty}$  と鉛  
直軸回りのモーメント  $n_{z\infty}$  が次式のように計算できる。

$$f_{x\infty} = -\mu_D s_x f_z \quad (27)$$

$$f_{y\infty} = -\mu_D s_y f_z \quad (28)$$

$$n_{z\infty} = -p_{vx} f_{y\infty} + p_{vy} f_{x\infty} \quad (29)$$

ここで  $s = (s_x \ s_y \ 0)^T$  はすべり方向の単位ベクトル、 $\mu_D$   
は動摩擦係数である。

(2) 回転中心  $p_c$  が垂直反力の作用点  $p_v$  と一致する、すなわ  
ち  $l_{vc} = 0$  のとき、接触領域の各点では鉛直軸回りの回転  
による動摩擦力、回転中心では静止摩擦力が働いている。  
このうち動摩擦力は互いにほぼ打ち消し合うと考え、その  
総和は零とする。静止摩擦力は回転中心が静止するとの仮  
定のもとに計算されるもので、後述する方法で妥当性を調  
べる。仮想リンク座標系の原点は回転中心にとるから、こ  
の静止摩擦力は原点で鉛直軸回りのモーメントを発生しな  
い。逆に動摩擦力による鉛直軸回りのモーメントはこのと  
き最大になる。このモーメント  $n_{z0}$  を厳密に計算すること  
は難しいが、垂直反力  $f_z$ 、動摩擦係数  $\mu_D$ 、および接触  
領域の大きさを表す代表寸法  $d$  の積として

$$n_{z0} = -\text{sgn}(\omega_z) \mu_D f_z d \quad (30)$$

と表されるものとする。ここで  $\text{sgn}(x)$  は  $x$  が正のとき 1、  
負のとき -1 となる関数である。

以上から、 $p_v$  と回転中心  $p_c$  の距離  $l_{vc}$  を用いて、摩擦力  
 $f_x, f_y$  および鉛直軸回りのモーメント  $n_{zv}$  を次のように計算  
する。

#### ● 摩擦力

動摩擦力は  $l_{vc} \rightarrow \infty$  のとき最大値  $f_{x\infty}, f_{y\infty}$  となり、  
 $l_{vc} = 0$  のとき零となる。回転中心が接触領域内にあると  
きは仮想リンク座標系の原点がここに置かれ、すべり方  
向の並進加速度を零にするための静止摩擦力が別に働く。  
 $0 < l_{vc} < \infty$  では  $1 - e^{-kl_{vc}}$  ( $k > 0$ ) のような関数に  $l_{vc}$   
を代入し、得られた値を  $f_{x\infty}, f_{y\infty}$  に乗じて摩擦力を計算  
する。

#### ● 鉛直軸回りのモーメント

$l_{vc} \rightarrow \infty$  のとき  $p_v$  におけるモーメントが零になり、  
 $l_{vc} = 0$  のとき最大値  $n_{z0}$  となる。 $0 < l_{vc} < \infty$  では  
 $e^{-kl_{vc}}$  ( $k > 0$ ) のような関数に  $l_{vc}$  を代入し、得られた値  
を  $n_{z0}$  に乗じて鉛直軸回りのモーメントを計算する。

次に、すべり方向や鉛直軸回りの回転が拘束されている場合  
の妥当性判定法を示す。接触領域内のどの点でもすべりが起き  
ていないときは、接触領域の各点では静止摩擦係数で決まる  
範囲内の大きさで任意の方向の静止摩擦力が発生し得る。拘束  
を維持するための静止摩擦力が大きいときは、各点の静止摩擦  
力の方向が揃っていなければならない。これは動摩擦力を計算  
するときに用いた  $l_{vc}$  が大きい、すなわち回転中心が垂直反力  
の作用点から離れている場合に当たる。逆に静止摩擦力が小さ  
いとき、各点の静止摩擦力の方向が揃っている必要はない。こ  
れは  $l_{vc}$  が小さい、すなわち回転中心が垂直反力の作用点に近  
い場合に当たる。このことから、拘束を維持するのに必要な静  
止摩擦力の大きさと方向から「潜在的な回転中心」 $\hat{p}_c$  が定め  
られる。このとき鉛直軸回りのモーメントの限界値は、潜在的  
な回転中心のまわりに最大の静止摩擦力が同心円状に働いた場  
合のモーメントである。

具体的な判定手順は以下の通りである。まず、回転中心  $p_c$   
が接触領域  $S_C$  内にあり、並進方向のすべりがなく、すべ  
り方向にのみ拘束される。このとき計算された摩擦力  $f_x, f_y$  が  
妥当であるための条件は

$$\sqrt{f_x^2 + f_y^2} \leq \mu_S f_z \quad (31)$$

である。ここで  $\mu_S$  は静止摩擦係数を表す。これが満たされ  
ないとき、次式で計算される方向  $s$  にすべり始める。

$$s = \left( -\frac{f_x}{\sqrt{f_x^2 + f_y^2}} \quad -\frac{f_y}{\sqrt{f_x^2 + f_y^2}} \quad 0 \right)^T \quad (32)$$

次のステップではこの方向にすべるものとして、回転中心の位  
置に応じた摩擦力和鉛直軸回りのモーメントを与える。

すべりも回転もないときは、鉛直軸回りの回転も拘束される。  
このときはまず摩擦力の妥当性を式(31)によって判定する。  
妥当でない場合は、 $l_{vc} \rightarrow \infty$  として動摩擦力、鉛直軸回りの  
モーメントを計算する。摩擦力が妥当であったときは、まず垂  
直反力の作用点から潜在的な回転中心  $\hat{p}_c$  までの距離を計算す

る．そして，最大の静止摩擦力が  $\hat{p}_c$  のまわりに働いたとした場合の鉛直軸まわりのモーメントを計算した結果が  $n_{zS}$  になったとすれば，鉛直軸回りのモーメントの妥当性の条件は

$$-n_{zS} \leq n_z \leq n_{zS} \quad (33)$$

となる．これが妥当でなかったときには， $\hat{p}_c$  を回転中心として回転した場合の摩擦力，モーメントを与える．

#### 4.6 力積による衝撃力の妥当性判定

剛体モデルによる衝突計算を行うため，衝撃力の時間変化を追って接触力の条件の判定を行うことができない．そこで，力積を単位時間で割った平均的衝撃力を 4.4 節の条件にあてはめ，近似的な接触力条件の判定とする．

#### 4.7 動摩擦力の計算

二つのリンクが接触面方向にすべっていないときには， $x, y$  方向が拘束されているものとして  $\hat{\theta}_C$  に含め，静止させ続けるのに必要な摩擦力を計算する．すでにすべっている場合や妥当性チェックの結果今後すべりを起こすと判定された場合には動摩擦力を計算する必要がある．

動摩擦力が働くとき，仮想リンクは  $x, y$  並進方向には拘束されていないので，動摩擦力は  $\tau_C$  には含まれない．一方，動摩擦力は垂直反力に完全に依存しているため，式(20)により垂直反力が計算されるまで決まらない． $x, y$  方向の加速度は拘束されないため加速度の拘束式(8)に含める必要はないが，一般化力の計算式(9)には動摩擦力の存在を反映させなければならない．

$f_x, f_y$  の一般化力  $\tau_G$  に対する寄与はそれぞれ

$$\mathbf{h}_{Cf_x}^T f_x, \mathbf{h}_{Cf_y}^T f_y$$

である．ここで  $\mathbf{h}_{Cf_*} \in \mathbf{R}^{Ng}$  は  $\mathbf{H}_C$  のうち接触力の  $f_*$  成分に対応する行ベクトルを表す．動摩擦力  $f_x, f_y$  は垂直反力  $f_z$  と滑り方向の単位ベクトル  $\mathbf{s} = (s_x \ s_y \ 0)^T$  から

$$f_x = -\mu_D s_x f_z \quad (34)$$

$$f_y = -\mu_D s_y f_z \quad (35)$$

で計算される．これらを式(9)に含むためには，式(9)に現れる  $\mathbf{H}_C$  の  $f_z$  に対応する成分  $\mathbf{h}_{Cf_z}$  を次式のように  $\hat{\mathbf{h}}_{Cf_z}$  に変更した  $\hat{\mathbf{H}}_C$  を代わりに用いればよい．

$$(36) \hat{\mathbf{h}}_{Cf_z} = \mathbf{h}_{Cf_z} - \mu_D (s_x \mathbf{h}_{Cf_x} + s_y \mathbf{h}_{Cf_y}) \quad (36)$$

これを用いて，式(9)(20)はそれぞれ以下のように書き換えられる．

$$\tau_G = \hat{\mathbf{H}}_C^T \tau_C + \mathbf{H}_J^T \tau_J \quad (9a)$$

$$\begin{pmatrix} \mathbf{A} & -\hat{\mathbf{H}}_C^T \\ \mathbf{H}_C & \mathbf{O} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{\theta}_G \\ \tau_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{H}_J^T \tau_J - \mathbf{b} \\ -\hat{\mathbf{H}}_C \dot{\theta}_G \end{pmatrix} \quad (20a)$$

式(10a)が接触力計算のための一般的な方程式である．

#### 4.8 衝突時刻の離散化誤差の修正

離散時間で計算を行うため，衝突がサンプリングタイムの間の時刻で発生した場合には次のサンプリングタイムでリンクどうしのもぐり込みが発生する．厳密な解析では時間を適応的に微小に離散化することによって衝突の瞬間まで遡って計算すればよいが，リアルタイムのシミュレーションでは難しい．実用的な修正方法として式(7)の  $\hat{\theta}_C$  を用いることが考えられる．通常の接触時には  $\ddot{\theta}_C = \mathbf{O}$  を接触維持の条件とするが，もぐり込みの量に応じて  $\hat{\theta}_C$  にある値を与え，その加速度を発生させることでもぐり込みを解消する．そのときの計算式は以下のようなになる．

$$\begin{pmatrix} \mathbf{A} & -\hat{\mathbf{H}}_C^T \\ \mathbf{H}_C & \mathbf{O} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{\theta}_G \\ \tau_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{H}_J^T \tau_J - \mathbf{b} \\ \ddot{\theta}_C - \hat{\mathbf{H}}_C \dot{\theta}_G \end{pmatrix} \quad (20b)$$

#### 4.9 衝突・接触の計算手順

衝突・接触の計算を行うための手順をまとめる．衝突計算から妥当性判定までのフローチャートは Fig. 3 のようになる．

- (1) リンクの位置・姿勢と形状から干渉しているリンクを検出する．また，接触が発生している面について，干渉点の数から Table 1 により接触状態を判定する．干渉解析のアルゴリズムについては [21] などを参照されたい．
- (2) Fig. 2 のように干渉している 2 リンクのうち一方を実リン

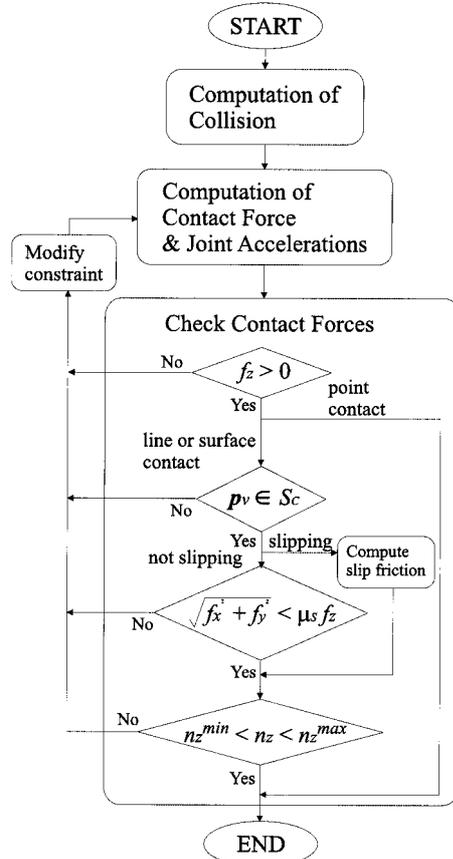


Fig. 3 Flow chart of collision and contact computation

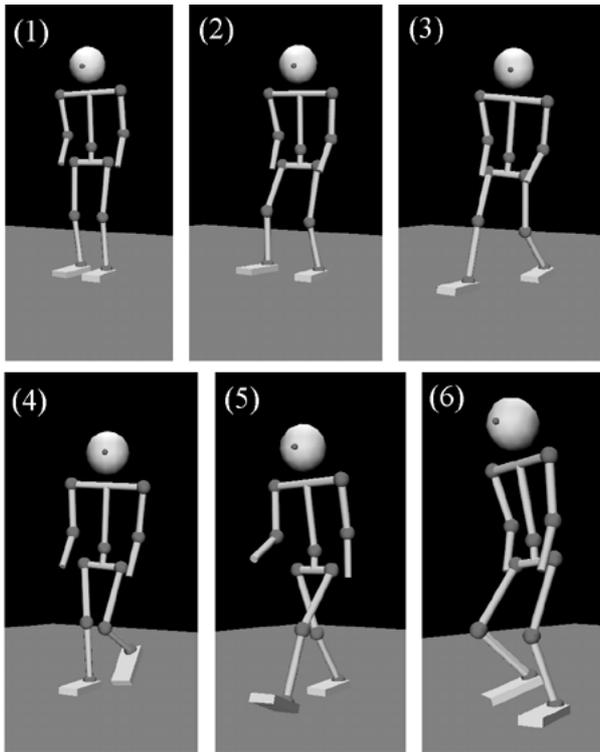


Fig. 4 Example motion with contacts: walk

クとする仮想リンクを生成してもう一方のリンクの子とし、仮想リンク座標系を 4.2 節で述べたように置く。

- (3) 一般化座標の速度から式(6)を用いて仮想リンクの関節速度、すなわち2リンクの相対速度を計算する。
- (4) 二つのリンクが接触面に垂直な方向に相対速度を持っているとき、式(19)を用いて衝突後の一般化速度を計算する。
- (5) Table 1 により拘束される自由度を調べる。
- (6) 式(20)を用いて接触力と一般化座標の加速度を計算する。
- (7) 4.4 節の方法に従って接触力の妥当性を調べ、妥当でない場合には(6)に戻る。

## 5. 計 算 例

環境との接触を含む運動の例として歩行運動のシミュレーションを Fig. 4 に示す。この運動は、人間のモーションキャプチャデータを目標軌道としてフィードバックを行って入力関節トルクを求め、それに対して動力学シミュレーションを行ったものである。モデルの関節構成と寸法は Fig. 5 のようになっており、ベースの6自由度を除いて28自由度を持つ。各リンクの長さについてはモーションキャプチャの被験者と同じ値を用いたが、質量、慣性モーメントは Table 3 に示す値を与えた。また、足の裏の形状は 19 [cm] × 12 [cm] の長方形とした。シミュレーションプログラムは Microsoft Visual C++ でプログラミングし、画像表示は OpenGL, CPU は Alpha 21264 500MHz を使用した。このときの計算時間は、干渉解析も含めて1サンプリングあたり約 30 [msec] である。

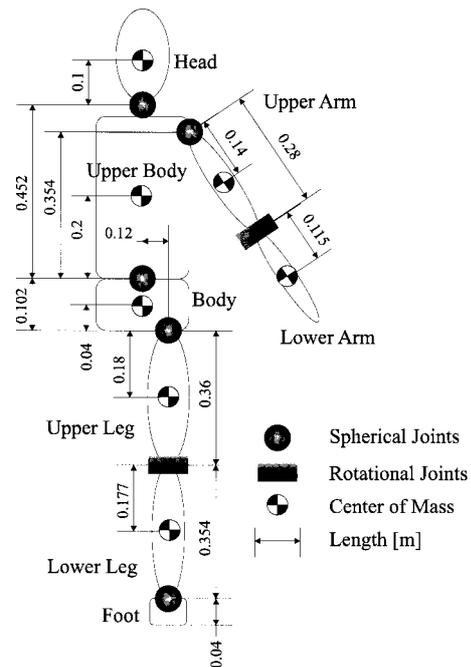


Fig. 5 28 D.O.F. human figure

Table 3 Mass and inertia of the human figure

link	mass [kg]	inertia[kgm <sup>2</sup> ]		
		$I_{xx}$	$I_{yy}$	$I_{zz}$
Body	15.0	0.4	0.2	0.4
Upper Body	16.0	0.8	0.4	0.8
Head	4.0	0.1	0.1	0.1
Upper Legs	5.0	0.1	0.2	0.2
Lower Legs	4.0	0.1	0.2	0.2
Feet	2.0	0.02	0.02	0.02
Upper Arms	4.0	0.1	0.2	0.2
Lower Arms	2.0	0.1	0.2	0.2
total	69.0	—		

## 6. 結 論

本論文の結論は以下の3点にまとめられる。

- (1) すべてのリンク結合を6自由度対偶で接続された仮想リンクで表現することで新しい関節の拘束力が直接計算でき、より実用的なリンク結合モデルとなるだけでなく、動力学計算の一部を効率化することができることを示した。
- (2) 環境から運動学的な拘束を受けるリンク系の一般的な運動方程式を式(11)(12)としてまとめた。この式は動力学シミュレーションのみならず、ヒューマンフィギュアなどの不完全駆動系の運動計画、運動生成などに利用できる。
- (3) ヒューマンフィギュアの動力学計算のために以下の特徴を持つ安定かつ効率的な衝突・接触の計算法を提案した。
  - 剛体モデルを用いているため計算の安定性が高く、サンプリングタイムを小さくするなどの対策が不要である。
  - 運動学的拘束条件のみを考慮した接触力計算と、接触

力の妥当性チェックを繰り返すことにより、接触力に関する不等式拘束条件の扱いを避けることができる。繰り返し計算の回数は最大3回である。

本研究は(財)製品科学研究センターからの平成10年度受託研究「人間協調・共存型ロボットシステムの研究開発」、科学技術振興事業団戦略的基礎研究推進事業(「脳を作る」)の支援を受けた。

### 参考文献

- [1] 大塚敏之ほか編: ミニ特集: 非ホロノミック系の制御, 計測と制御, vol.36, no.7, pp.384-425, 1997.
- [2] J.G. de Jalon and E. Bayo: Kinematic and Dynamic Simulation of Multibody Systems — the Real-Time Challenge. Springer-Verlag, 1993.
- [3] 西脇, 長坂, 稲葉, 井上: “ヒューマノイド H5 におけるダイナミック動作構築のための動力学シミュレーション環境”, 第16回日本ロボット学会学術講演会予稿集, pp.839-840, 1998.
- [4] B. Perrin, C. Chevallereau and C. Verdier: “Calculation of the Direct Dynamics Model of Walking Robots: Comparison Between Two Methods,” Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation, vol.2, pp.1088-1093, 1997.
- [5] O. Bruneau and F.B. Oueddou: “Dynamic Walk Simulation of Various Biped via Ankle Trajectory,” Proceedings of the 1998 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, vol.1, pp.58-63, 1998.
- [6] S. McMillan and D.E. Orin: “Forward Dynamics of Multilegged Vehicles Using the Composite Rigid Body Method,” In Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation, pp.464-470, 1998.
- [7] 高橋, 松永, 狼: “形態変化ロボットシステムのための汎用動力学プログラム”, 日本機械学会ロボティクス・メカトロニクス講演会'98講演論文集, 2B11-6, 1998.
- [8] 中村, 山根, 永嶋: “構造変化を伴うリンク系の動力学計算法とヒューマンフィギュアの運動計算”, 日本ロボット学会誌, vol.16, no.8, pp.124-131, 1998.
- [9] F. Pfeiffer and C. Glocker: Multibody Dynamics with Unilateral Contacts (Wiley Series in Nonlinear Science). John Wiley & Sons, 1996.
- [10] 中村仁彦: “把持とあやつり”, 計測と制御, vol.29, no.3, pp.206-212, 1990.
- [11] 吉田, 指田, 梅谷: “拡張逆慣性行列を用いた浮遊リンク系の衝突運動の定式化”, 日本ロボット学会誌, vol.11, no.3, pp.410-418, 1993.
- [12] 辻尾, 今口, 余: “マニピュレータと環境との衝突力学—衝突点における速度変化の解析と実験”, 第17回日本ロボット学会学術講演会予稿集, pp.1061-1062, 1999.
- [13] 藤本, 河村: “床との衝突および摩擦を考慮した2足歩行ロボットの三次元運動シミュレーション”, 日本ロボット学会誌, vol.15, no.6, pp.857-863, 1997.
- [14] 高西淳夫: “上体の運動によりモーメントを補償する2足歩行ロボット”, 日本ロボット学会誌, vol.11, no.3, pp.348-353, 1993.
- [15] S. Kajita and K. Tani: “Experimental Study of Biped Dynamic Walking in the Linear Inverted Pendulum Mode,” Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation, pp.2885-2891, 1995.
- [16] H. Ko and N.I. Badler: “Animating Human Locomotion with Inverse Dynamics,” IEEE Transactions on Computer Graphics, vol.16, no.2, pp.50-59, 1996.
- [17] K.H. Hunt and F.R.E. Crossley: “Coefficient of Restitution Interpreted as Damping in Vibroimpact,” ASME Journal of Applied Mechanics, pp.440-445, 1988.
- [18] A. Joukhadar, A. Deguet and C. Laugier: “A Collision Model for Rigid and Deformable Bodies,” Proceedings of the 1998 IEEE International Conference on Robotics and Automation, pp.982-988, 1998.
- [19] D.W. Marhefka and D.E. Orin: “Simulation of Contact Using a Nonlinear Damping Model,” Proceedings of the 1996 IEEE International Conference on Robotics and Automation, pp.1662-1668, 1996.
- [20] 広瀬, 竹中, 五味, 小澤: “人間型ロボット”, 日本ロボット学会誌, vol.15, no.7, pp.983-985, 1997.
- [21] 比留川博久: “幾何アルゴリズム”, 日本ロボット学会誌, vol.16, no.7, pp.915-917, 1998.



中村仁彦 (Yoshihiko Nakamura)

1954年9月22日生。1977年京都大学工学部精密工学科卒業。1982年同大学大学院博士課程退学。同年より1987年まで同大学助手。1987年より91年3月までカリフォルニア大学サンタバーバラ校助教授, 準教授。同年4月より東京大学工学部機械情報工学科に勤務, 現在教授。工学博士。運動学的冗長性, 閉リンク機構の駆動冗長性, 複数のロボット機構の協調, 宇宙ロボットの制御, 非ホロノミックな拘束を受ける機械の運動制御, 外科手術用ロボットなどに興味をもつ。計測自動制御学会, システム制御情報学会, 日本機械学会, 日本コンピュータ外科学会, IEEE, ASMEなどの会員。(日本ロボット学会正会員)

学的冗長性, 閉リンク機構の駆動冗長性, 複数のロボット機構の協調, 宇宙ロボットの制御, 非ホロノミックな拘束を受ける機械の運動制御, 外科手術用ロボットなどに興味をもつ。計測自動制御学会, システム制御情報学会, 日本機械学会, 日本コンピュータ外科学会, IEEE, ASMEなどの会員。(日本ロボット学会正会員)



山根 克 (Katsu Yamane)

1974年8月1日生。1997年東京大学工学部機械情報工学科卒業, 1999年同大学院工学系研究科機械情報工学専攻修士課程修了, 同博士課程進学。マルチボディシステムの運動計算, ヒューマンフィギュアの運動計算, 人間の運動データやキーフレームに基づくヒューマノイド・CGキャラクタの運動生成, 力学的整合性を考慮した多様な運動の合成などに興味をもつ。(日本ロボット学会学生会員)

運動生成, 力学的整合性を考慮した多様な運動の合成などに興味をもつ。(日本ロボット学会学生会員)