

O(N) 順動力学計算法と陰積分による衝突・接触の高速シミュレーション

Fast Simulation of Collisions and Contacts

Using O(N) Forward Dynamics Algorithm and Implicit Integration

○ 山根 克 (東大) 正 中村 仁彦 (東大)

Katsu YAMANE Yoshihiko NAKAMURA

University of Tokyo, 7-3-1 Hongo, Bunkyo-ku, Tokyo 113-0033 Japan

Abstract— This paper describes a collision/contact model based on spring-damper model. The method utilizes two fundamental algorithms for efficient computation: the O(N) forward dynamics algorithm developed by the authors deals with the rigid joint constraints, while implicit integration technique enables relatively large time steps in spite of the stiff contact constraints. The overall method runs the simulation of a motion of a 40DOF human figure in only a few times slower than real time, including collision detection and computations for control.

Key Words: Collisions, Contacts, O(log N) Forward Dynamics, Implicit Integration, Spring-Damper Model.

1 はじめに

ヒューマノイドの運動では衝突・接触が頻繁に発生するが、高速計算の可能なモデルがなく動力学シミュレーションにおけるボトルネックとなっていた。衝突・接触モデルは運動の拘束条件から拘束力を計算する方法 (剛体モデル) [1] と接触しているリンクが弾性変形するとして拘束力を計算する方法 (バネ・ダンパモデル) [2] に大別される。前者は複雑な拘束条件のもとでの最適化計算が必要のため計算量が多くなる。また、後者は衝突現象を離散時間でシミュレートするため、積分時間幅を非常に小さくする必要がある。筆者ら [3] は剛体モデルに基づく衝突・接触計算法を提案したが、弾性体のシミュレーションには不向きであり、またリンク数が N のとき全体の計算量が $O(N^3)$ であるという問題点があった。

本論文ではこれを解決するため、筆者ら [4] が開発した $O(N)$ 順動力学計算法にバネ・ダンパモデルを組み込む。さらに、積分時間幅を短縮せずに精度を上げる方法として陰積分法 [5] を導入する。陰積分法は、硬いバネ・ダンパでつながれた質点系でモデル化される布などのシミュレーションでよく使われる手法である。筆者ら [4] の動力学計算法は、 $O(N)$ の計算複雑性を実現するために運動方程式を関節ごとに分解しており、そのままでは陰積分法を適用できないため、陰積分法を近似的に適用する。しかし、ほとんどの状況で 1-4[ms] の積分時間幅を用いることができ、通常の PC 上でも実時間の数倍程度の時間でシミュレーションが可能である。

2 陰積分法

陰積分法とは、積分時間幅の間の加速度変化を予測して積分の精度を上げる積分手法である。一般化加速度が一般化座標 x と一般化速度 v の関数 $f(x, v)$ と表される時、初期状態 $x = x_0, v = v_0$ で積分時間幅 Δt のオイラー積分は次式で表される。

$$\begin{pmatrix} \Delta x \\ \Delta v \end{pmatrix} = \Delta t \begin{pmatrix} v_0 \\ f(x_0, v_0) \end{pmatrix} \quad (1)$$

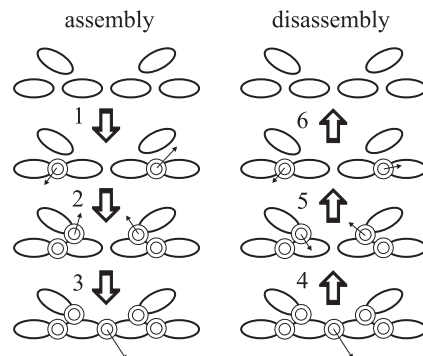


Fig.1: The basic idea of the $O(N)$ forward dynamics algorithm

これに対し、陰積分法のもとになっているのは次式で表される後退オイラー法である。

$$\begin{pmatrix} \Delta x \\ \Delta v \end{pmatrix} = \Delta t \begin{pmatrix} v_0 + \Delta v \\ f(x_0 + \Delta x, v_0 + \Delta v) \end{pmatrix} \quad (2)$$

すなわち、現在の積分を Δt 秒後の状態に基づいて行う。これを厳密に解くには一般に収束計算を行う必要がある。代わりに、 f を現時刻のまわりでテイラー展開し、整理すると次式を得る。

$$\left(I - \Delta t \frac{\partial f}{\partial v} - \Delta t^2 \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial v} \right) \Delta v = \Delta t \left(f_0 + \Delta t \frac{\partial f}{\partial x} v_0 \right) \quad (3)$$

これは、直感的には Δt 秒間の加速度変化を推定して積分に反映させていることになり、積分の精度は向上する。しかし、偏微分の計算と一次方程式を解く計算が必要になるため、1 サンプルあたりの計算時間は増加する。

3 衝突・接触計算

筆者ら [4] の $O(N)$ 順動力学計算法は、Fig.1 に示す 2 つの処理からなる。

1. 組立：関節の拘束を 1 個ずつ追加し、一時的な拘束力と加速度を計算する
2. 分解：確定した拘束力を外力と考え、最終的な拘束力と加速度を計算しなおす



○ Implicit integration, time step 2ms



△ Explicit Euler integration, time step 0.25ms

Fig.2: Snapshots from simulations using implicit and explicit integrations

前半の組立処理では、後から追加される関節の拘束力が考慮されていない。このため後半の分解処理が必要になる。

関節 i が接触している 2 つのリンクの間にあるとき、その組立処理を行うことを考える。接触の関節は拘束のない 6 自由度関節であり、バネ・ダンパモデルから計算される力とモーメント τ_{Ji} によって駆動されている。その関節加速度 $\ddot{q}_i$ は次式で計算される。

$${}^C\ddot{q}_i = A\ddot{r}_{i,p_i} + B\ddot{r}_{i,c_i} + P_{ii}\tau_{Ji} \quad (4)$$

ここで $A\ddot{r}_{i,p_i}$, $B\ddot{r}_{i,c_i}$ は接触を考慮する前のリンク加速度、 P_{ii} は関節力・トルクと関節加速度の関係を表す逆慣性行列であり、いずれも通常の順動力学計算で用いる物理量である。

式 (4) が加速度を計算する関数 f にあたり、陰積分を適用するためには 2 リンクの相対位置 q_i と相対速度 $\dot{q}_i$ に関する偏微分を求める必要がある。しかし、 $q_i, \dot{q}_i$ との関係が明確な物理量は接触力 τ_{Ji} だけであり、他の量の偏微分を求めるのは難しいため、ここでは τ_{Ji} の偏微分だけを考えることとする。この偏微分にはバネ・ダンパの係数が含まれる。

4 シミュレーション例

床に箱を落とすシミュレーションを通常のオイラー積分、4 次のルンゲ・クッタ積分、および陰積分で行った場合の積分時間幅別の結果と 1 サンプルあたりの計算時間を Table 4 に示す。またいくつかのシミュレーション結果を Fig.2 に示す。○ はシミュレーション成功、× は失敗（発散）、△ は発散しなかったものの不自然な結果が出たことを表す。陰積分法はオイラー法の約 16 倍、ルンゲ・クッタ法の約 4 倍の積分時間幅を許すので、全体の計算時間はどちらと比べても約 8 分の 1 になる。

ヒューマンフィギュアの歩行のシミュレーションを行った例を Fig.3 に示す。干渉解析、制御、接触力計算、40 自由度ヒューマンフィギュアの動力学シミュレーションにかかる時間は合計約 6.5[ms] (PentiumIII 1GHz)、積分時間幅 1[ms] であった。このとき総シミュレーション時間は実時間の 6.5 倍となる。

Table 1: Comparison of precision and computation time of implicit and explicit integrations

time step [ms]	implicit	explicit	
		Euler	Runge-Kutta
8	×	×	×
4	△	×	×
2	○	×	×
1	○	×	△
0.5	○	×	○
0.25	○	△	○
0.125	○	○	○
time	1.05	0.585	2.31

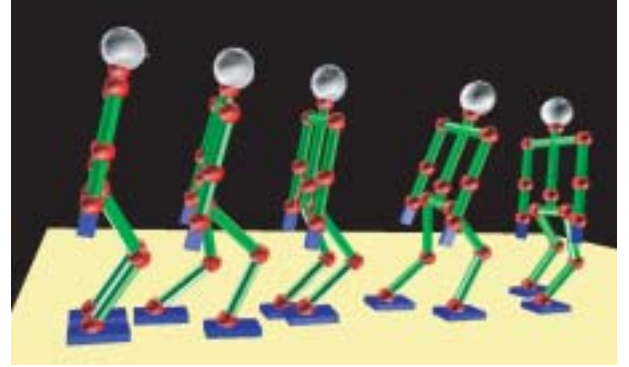


Fig.3: Dynamics simulation of a walking human figure

5 おわりに

$O(N)$ 順動力学計算法と陰積分法を用いたバネ・ダンパモデルに基づく衝突・接触のシミュレーション法について述べた。関節による拘束に $O(N)$ 順動力学計算法を、接触による拘束に陰積分法をそれぞれ適用することで、精度と速度を兼ね備えたシミュレーションが可能となった。

謝辞 本研究は (財) 製造科学技術センターからの受託研究「人間協調・共存型ロボットシステムの研究開発」の一環として行われた。また第一著者は本研究を行ったとき日本学術振興会の特別研究員であった。

参考文献

- [1] D. Baraff: "Fast Contact Force Computation for Non-penetrating Rigid Bodies," *Proc. SIGGRAPH*, pp.23-34, 1994.
- [2] D.W. Marhefka and D.E. Orin: "Simulation of Contact Using a Nonlinear Damping Model," *Proc. IEEE Intl. Conf. Robotics and Automation*, pp.1662-1668, 1996.
- [3] 中村, 山根: "拘束条件が不連続に変化するリンク系の動力学—環境と接触しながら運動するヒューマンフィギュアへの応用—," 日本ロボット学会誌, vol.18, no.3, pp.435-443, 2000.
- [4] 山根, 中村: "O(logN) 並列順動力学計算法とそのヒューマンノイドシミュレータへの応用," 第 19 回日本ロボット学会学術講演会予稿集, 1A14, 2001.
- [5] D. Baraff and A. Witkin: "Large Steps in Cloth Simulation," *Proc. SIGGRAPH*, 1998.