

仮想仕事の原理に基づく並列 $O(\log N)$ 順動力学計算法

Parallel $O(\log N)$ Forward Dynamics Computation Based on the Principle of Virtual Work

○ 山根 克 (東大) 正 中村 仁彦 (東大)

Katsu YAMANE Yoshihiko NAKAMURA

University of Tokyo, 7-3-1 Hongo, Bunkyo-ku, Tokyo 113-8656 Japan

Abstract— This paper describes an efficient parallel algorithm for the forward dynamics of open kinematic chains with $O(\log N)$ computation time on $O(N)$ processors where N is the number of links in the chain. In this paper, we first describe the general algorithm applicable to both serial and parallel computations, and then show how to optimize the algorithm to parallel computation. Some numerical examples using serial version are shown to demonstrate the efficiency of the proposed algorithm.

Key Words: Forward Dynamics, Parallel Computation, $O(\log N)$ Complexity, Principle of Virtual Work.

1 はじめに

剛体リンク系の動力学シミュレーションは、従来はオフラインでの機構解析や制御系設計に用いられることが多かったが、ロボットの応用範囲が広がるにつれ多自由度のモデルをインタラクティブな操作が可能な速度でシミュレートすることが求められるようになってきた。筆者ら [1] は構造可変リンク系の動力学シミュレーションを高速に行う計算法を提案したが、ロボットの自由度数を N としたとき $O(N^3)$ の計算量が必要であるため、多数のロボットの挙動を同時にシミュレートする場合にはかなり長い計算時間がかかると予想される。

多自由度系の動力学シミュレーションを行う場合は計算量が自由度数に比例する $O(N)$ 計算法が望ましく、Articulated Body Algorithm[2], Lagrange 乗数を用いた方法 [3] などが提案されている。また、並列計算により $O(\log N)$ の計算時間を実現した方法として Divide-and-Conquer Algorithm[4] などがある。本研究では、これらの方法とは異なるアプローチとして、仮想仕事の原理に基づいた順動力学計算法を提案する。この方法による計算時間はシリアル計算で $O(N)$ 、 $O(N)$ 個のプロセッサによる並列計算で $O(\log N)$ であり、以下の特徴をもつ。

1. 構造可変リンク系を含む任意の機構に適用可能である
2. 全関節の加速度だけでなく、関節で働く拘束力も同時に計算される
3. アルゴリズムの一部を変更するだけでシリアル計算と並列計算それぞれに最適化することができる

2 計算法の概要

本計算法は以下の 4 つの手順からなる。

1. 個々のリンクがばらばらの状態から Fig.1 上のように順次関節を追加していき、その時点でリンク間の関節において働く拘束力 f_{sub} を仮想仕事の原理によって求める。この処理中に現れるリンク機構をここでは部分リンク機構と呼ぶ。 f_{sub} は、最後に追加された関節を除いて部分リンク機構における拘束力であり、対象とするリンク機構におけるものではない。
2. Fig.1 下のように 1. とは逆の順序で関節を除いてい

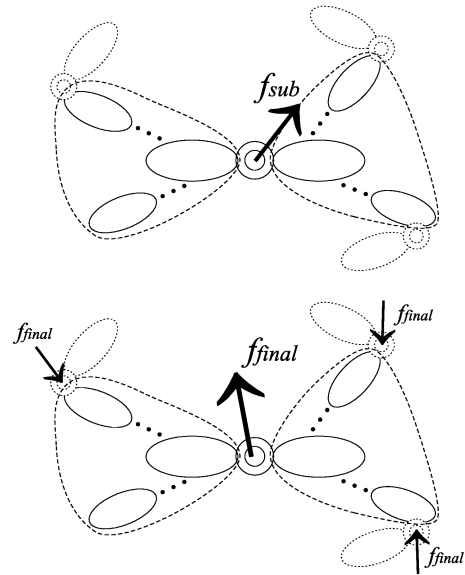


Fig.1: Graphical representation of procedures 1.(above) and 2.(below)

き、各関節における最終的な拘束力 f_{final} を計算する。これは先に計算された f_{final} の影響を f_{sub} に足しこんでいくことにより行う。

3. 以上で各リンクに働く外力はすべて求められたので、これを用いてリンクの加速度を計算する
4. 各関節の両側のリンクの加速度を用いて、関節加速度を計算する

3 処理順序の最適化

本稿では手順 1.2 で関節を処理する順序を Fig.2(a)–(c) のような 2 分木で表現する。各ノードは、それより下にある関節すべてを含む部分リンク機構を表す。例えば、Fig.2(b) のノード 3 は関節 1、3 で接続された 3 リンク機構を表し、これと関節 2 で接続された 2 リンク機構を関節 4 でつなぐことによって対象となるリンク機構を得る。

2 分木が与えられると、手順 1. では 2 分木の下関節から順に、手順 2. では上関節から順に処理していけばよいので、計算の手順が一意に定まる。したがって、最適な 2 分木を得ることが計算時間を短縮するポイントとなる。全体の計算量とアルゴリズムの並列性それぞれの

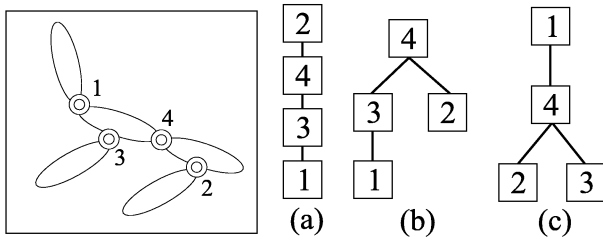


Fig.2: A binary tree to describe the order of adding joints

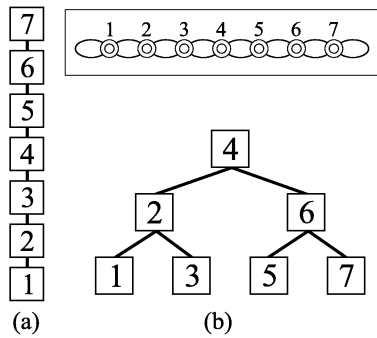


Fig.3: Optimized binary trees for a 7-joint serial chain; (a) for serial computation, (b) for parallel computation

観点から 2 分木を最適化すると以下ようになる。

1. 総計算量：新しい関節を追加するときに必要な計算量は、その関節の両側のリンクに接している関節の数に依存するから、総計算量を最小化するにはリンク列の端から順に処理するのがよい。この方針で順序を決定すると、Fig.2(a)のように枝分かれをできるだけ少なくした 2 分木が得られる。シリアル計算時にはこのときもっとも計算時間が短くなる。
2. 並列性：処理順序を表す 2 分木において、ある関節から分岐している 2 つの関節以下の機構は力学的に独立であり、並列に処理することができる。したがって、十分な数のプロセスが存在するとすれば、並列計算時の総計算時間を最短にするにはできるだけ横に広がった 2 分木を構成すればよい。Fig.2(b)(c)の 2 分木は並列計算時にはほぼ同じ計算時間となる。

Fig.3 に、8 リンク 7 関節シリアル機構についてシリアル計算・並列計算それぞれに最適化された 2 分木を示す。一般に、理想的な 2 分木が構成されると並列計算を行ったときの総計算時間は $O(\log N)$ である。

4 シミュレーション例

文献[1]で述べた方法を用いてリンク系を表現し、Fig.4 に 40 自由度のヒューマンフィギュアが初め両手で、途中から左手だけでぶらさがる運動をシミュレートした様子を示す。シリアル計算を行ったとき 1 回の加速度計算に必要な計算時間は、何もつかんでいないとき約 5.1ms、片

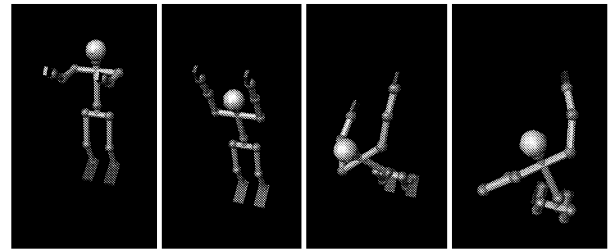


Fig.4: An example of dynamics simulation of a 40DOF human figure

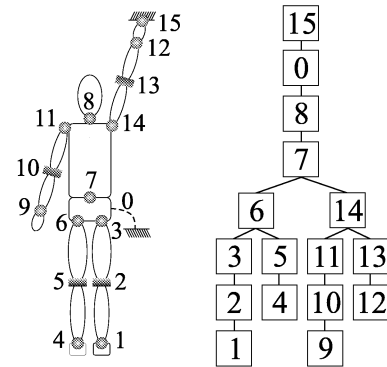


Fig.5: The binary tree for the chain in Fig.4

手でぶらさがっているとき約 6.3ms、両手でぶらさがっているとき約 7.2ms(PentiumIII1GHz)であった。また、片手でぶらさがっているときのシリアル計算に最適化された 2 分木を Fig.5 に示す。人間のような木構造では、特に並列計算を意識した順序でなくともある程度の並列計算が可能であることがわかる。

5 おわりに

本稿では仮想仕事の原理に基づく並列 $O(\log N)$ 計算法について述べた。任意の機構に適用可能であることから、ヒューマノイドなど多自由度で複雑な機構のシミュレーションに有効であると考えられる。今後、並列アルゴリズムの実装、衝突・接触計算への拡張を行う予定である。

本研究は科学技術振興事業団の戦略的基礎研究推進事業「自律的行動単位の力学的結合による脳型情報処理機械の開発」の支援を受けた。また第一著者は日本学術振興会の特別研究員である。

参考文献

- [1] 中村, 山根, 永嶋: “構造変化を伴うリンク系の動力学計算法とヒューマンフィギュアの運動計算,” 日本ロボット学会誌, vol.16, no.8, pp.124-131, 1998.
- [2] R. Featherstone: “*Robot Dynamics Algorithm*,” Kluwer Academic Publishers, Boston, MA, 1987.
- [3] David Baraff: “Linear-Time Dynamics Using Lagrange Multipliers,” In *SIGGRAPH*, pp.137-146, 1996.
- [4] R. Featherstone: “A Divide-and-Conquer Articulated-Body Algorithm for Parallel $O(\log(n))$ Calculation of Rigid-Body Dynamics,” *International Journal of Robotics Research*, vol.18, no.9, pp.867-892, 1999.